2021 年度 制御工学 I 第 2 回小テスト (模範解答)

4 年 E 科 番号 ________ 氏名 ________________________

[問題 1]

図 1 のようにな磁気浮上系を考える。運動方程式は

$$7\frac{d^2x(t)}{dt^2} = 8 - 2\left(\frac{i(t)}{x(t)}\right)^2 \tag{1}$$

となり，平衡点 (物体にかかる重力と電磁石の吸引力がつり合う状態) のまわりでの微小変化分に着目し

$$x(t) = 2 + \Delta x(t), \quad i(t) = 4 + \Delta i(t) \tag{2}$$

とおく。運動方程式 (1) 式を平衡点まわりで線形化したとき，以下を満たす K_x を答えよ。

$$7\frac{d^2\Delta x(t)}{dt^2} = K_x \Delta x(t) - 4\Delta i(t) \tag{3}$$

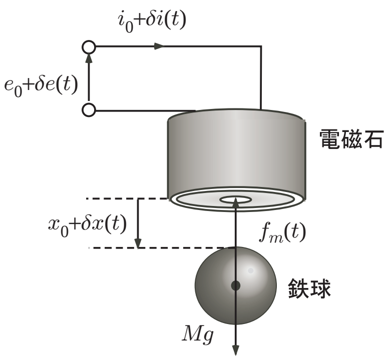

図 1: 磁気浮上系

【解答】

平衡状態では

$$2\left(\frac{4+\Delta i(t)}{2+\Delta x(t)}\right)^2\Bigg|_{\Delta i=0, \Delta x=0} = 8 \tag{4}$$

より，電磁石による吸引力と物体にかかる重力が等しい。(2) 式を (1) 式へ代入して，$\frac{d^2}{dt^2}2 = 0$ を用いると

$$7\frac{d^2\Delta x(t)}{dt^2} = 8 - 2\left(\frac{4+\Delta i(t)}{2+\Delta x(t)}\right)^2 \tag{5}$$

となる。第 2 項を次のようにおく。

$$f(\Delta x(t), \Delta i(t)) = 2\left(\frac{4+\delta i(t)}{2+\delta x(t)}\right)^2 \tag{6}$$

これを線形化するが，2 変数の関数のテイラー展開の公式の 1 次までを用いると

$$\begin{aligned} f(\Delta x(t), \Delta i(t)) &= f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial \Delta x(t)}(0,0)\Delta x(t) \\ &\quad + \frac{\partial f}{\partial \Delta i(t)}(0,0)\Delta i(t) \end{aligned} \tag{7}$$

となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \Delta x(t)} &= 2\times 2\frac{4+\Delta i(t)}{2+\Delta x(t)}\frac{\partial}{\partial \Delta x(t)}\left(\frac{4+\Delta i(t)}{2+\Delta x(t)}\right) \\ &= 4\frac{4+\Delta i(t)}{2+\Delta x(t)} \times \frac{-(4+\Delta i(t))}{(2+\Delta x(t))^2} \\ &= -4\frac{(4+\Delta i(t))^2}{(2+\Delta x(t))^3} \end{aligned} \tag{8}$$

となる。よって，

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta x(t)}(0,0) = -4\frac{4^2}{2^3} = -8 \tag{9}$$

となる。よって，

$$\underline{K_x = 8} \tag{10}$$