2021 年度 制御工学 I 第 3 回レポート (模範解答)

4 年 E 科 番号 ________ 氏名 ____________________________

[**問題 1**]
回転体の慣性モーメント J，粘性摩擦係数 B，トルク τ，回転角速度 ω とする。回転運動の方程式

$$\tau(t) = J\frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) \tag{1}$$

を入力 $\tau(t)$ から出力 $\omega(t)$ までの伝達関数を求めよ。

【解答】

$$\mathcal{L}[\tau(t)] = T(s),\ \mathcal{L}[\omega(t)] = \Omega(s) \tag{2}$$

と定義して，ラプラス変換すると

$$\begin{aligned} T(s) &= Js\Omega(s) + B\Omega(s) \\ &= (Js + B)\,\Omega(s) \end{aligned} \tag{3}$$

よって，

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + B} \tag{4}$$

[**問題 2**]
RL 回路の回路方程式

$$Ri(t) + L\frac{di(t))}{dt} = E(t) \tag{5}$$

において，入力 $E(t)$ [V] から出力 $i(t)$ [A] までの伝達関数を求めよ。

【解答】

$$\mathcal{L}[i(t)] = I(s),\ \mathcal{L}[E(t)] = E(s) \tag{6}$$

と定義して，ラプラス変換すると

$$\begin{aligned} RI(s) + LsI(s) &= E(s) \\ (R + Ls)\,I(s) &= E(s) \end{aligned} \tag{7}$$

よって，

$$\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{1}{Ls + R} \tag{8}$$

[**問題 3**] 教科書【例 2.12】(p. 24-25) の磁気浮上系について，線形化された方程式が

$$M\frac{d^2\Delta x(t)}{dt^2} = K_x\Delta x(t) - K_i\Delta i(t) \tag{9}$$

$$L\frac{d\Delta i(t)}{dt} + R\Delta i(t) = \Delta e(t) \tag{10}$$

で与えられている。以下の問いに答えよ。

(1) 入力電圧 $\Delta e(t)$ から入力電流 $\Delta i(t)$ までの伝達関数を求めよ。

(2) 入力電流 $\Delta i(t)$ からギャップ $\Delta x(t)$ までの伝達関数を求めよ。

(3) 入力電圧 $\Delta e(t)$ からからギャップ $\Delta x(t)$ までの伝達関数を求めよ。

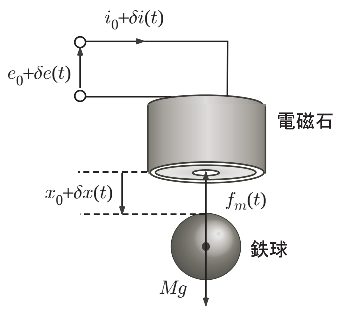

図 1: 磁気浮上系

【解答】

(1)

$$\mathcal{L}[\Delta i(t)] = I(s),\ \mathcal{L}[\Delta e(t)] = E(s),\ \mathcal{L}[\Delta x(t)] = X(s) \tag{11}$$

と定義して，式 (10) をラプラス変換すると

$$LI(s)s + RI(s) = E(s) \tag{12}$$

となる。よって，以下のようになる。

$$\underline{\underline{\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{1}{Ls + R}}} \tag{13}$$

(2) 式 (9) をラプラス変換すると

$$MX(s)s^2 = K_xX(s) - K_iI(s) \tag{14}$$

となる。よって，以下のようになる。

$$\underline{\underline{\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-K_i}{Ms^2 - K_x}}} \tag{15}$$

(3) 式 (13)，(15) から

$$\frac{X(s)}{E(s)} = \frac{X(s)}{I(s)}\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{-K_i}{Ms^2 - K_x}\frac{1}{Ls + R} \quad (16)$$

を得る。よって，定常状態における入力電圧からギャップの変化までの伝達関数 $G(s)$ は

$$\underline{\underline{G(s) = \frac{X(s)}{E(s)} = \frac{-K_i}{(Ms^2 - K_x)(Ls + R)}}} \quad (17)$$

と求まる。