

2021 年度 制御工学 I 第 6 回レポート (模範解答)

4 年 E 科 番号 _____ 氏名 _____

[問題 1]

図 1 は、ある 1 次系のステップ応答 $y(t)$ である。この 1 次系の伝達関数を答えよ。

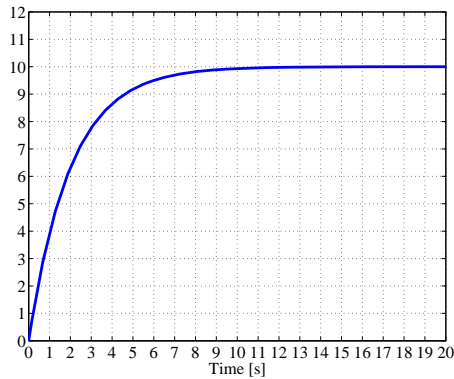


図 1: ステップ応答

【解答】

立ち上がり時間は、定常値の 63.2% なので、

$$T = 2 \quad (1)$$

となる。また、定常値が 10 なので

$$K = 10 \quad (2)$$

となる。よって、伝達関数は、

$$G(s) = \frac{10}{2s + 1} \quad (3)$$

となる。

[問題 2]

伝達関数 $G(s) = 2/(5s + 1)$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) ステップ応答を求めよ。
- (2) ステップ応答における $t \rightarrow \infty$ のときの定常値を求めよ。

【解答】

- (1) ステップ応答は、伝達関数に $\frac{1}{s}$ をかけたものを逆ラプラス変換することで求めることができる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{5s+1} \frac{1}{s} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\frac{2}{5}}{s(s+\frac{1}{5})} \right] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{s} - \frac{2}{s+\frac{1}{5}} \right] \\ &= \underline{2 - 2e^{-\frac{t}{5}}} \quad (4) \end{aligned}$$

(別解)

インパルス応答は、伝達関数を逆ラプラス変換することで求めることができる。

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{2}{5s+1} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{\frac{2}{5}}{s+\frac{1}{5}} \right] \\ &= \frac{2}{5} e^{-\frac{t}{5}} \quad (5) \end{aligned}$$

ステップ応答は、インパルス応答を積分して求める。

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_0^t \frac{2}{5} e^{-\frac{\tau}{5}} d\tau = \frac{2}{5} [-5e^{-\frac{\tau}{5}}]_0^t = -2 [e^{-\frac{\tau}{5}}]_0^t \\ &= -2 (e^{-\frac{t}{5}} - 1) = \underline{2 - 2e^{-\frac{t}{5}}} \quad (6) \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} 2 - 2e^{-\frac{t}{5}} \\ &= \underline{2} \quad (7) \end{aligned}$$

(別解 1)

$$K = G(0) = \frac{2}{5 \times 0 + 1} = \underline{2} \quad (8)$$

(別解 2) 伝達関数のゲインは $K = 2$ より、定常値は $\underline{2}$ である。