

## 2021 年度 制御工学 I 第 8 回レポート (模範解答)

4 年 E 科 番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

[問題 1] 図 1 は 2 次系の応答を示している。

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

において, 下記の問いに答えよ。

- (1) 2 次系のゲイン  $K$  を答えよ。
- (2)  $\zeta$  は 1 より大きい, または小さいか答えよ。

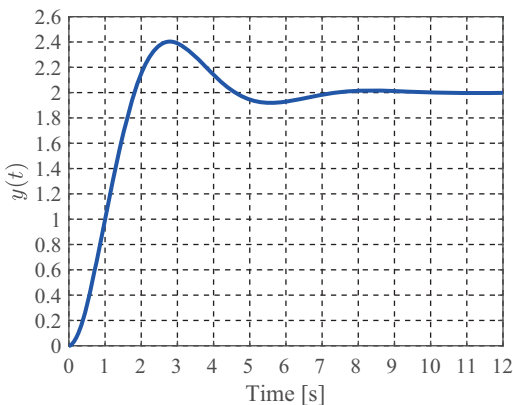


図 1: 2 次系のステップ応答

【解答】

- (1)  $K = 2$
- (2) 振動している,  $\zeta$  は 1 より小さい。

[問題 2] 3 章演習問題【8】を答えよ。

微分方程式

$$\ddot{\theta}(t) = u(t) \quad (2)$$

で記述される回転体に対して

$$u(t) = K_p(r(t) - \theta(t)) - K_v\dot{\theta}(t), \quad K_v \geq 0, K_p \geq 0 \quad (3)$$

なるフィードバック制御系を構成したとする (図 2)。ここで,  $\theta(t)$ ,  $u(t)$ ,  $r(t)$  は, それぞれ回転体の角度, 入力トルク, および角度の目標値信号である。また,  $K_p$ ,  $K_v$  は角度偏差と角速度のフィードバックゲインである。このとき, 下記の問いに答えよ。

- (1)  $K_p = 1$  として,  $K_v$  を 0 から徐々に大きくしていった。ステップ応答はどのように変化するか。また, ステップ応答が振動的でなくなるためには  $K_v$  をどのように選ぶべきか。
- (2) 逆に  $K_v = 1$  と固定して,  $K_p$  を 0 から徐々に大きくしていった。ステップ応答はどのように変化するか。また, ステップ応答が振動的でなくなるためには  $K_p$  をどのように選ぶべきか。
- (3)  $K_p = 1, K_v = 1.6$  とした場合と比較し, ステップ応答の速度を 2 倍の速さにしたい。  $K_p, K_v$  をどのように選べばよいか。

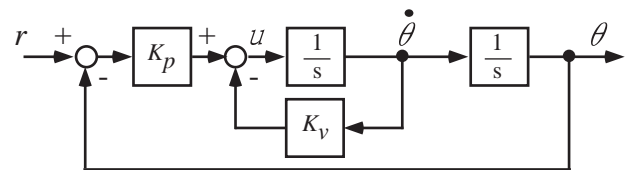


図 2: フィードバック制御系

【解答】

$$\ddot{\theta}(t) = u(t) \quad (4)$$

$$u(t) = K_p(r(t) - \theta(t)) - K_v\dot{\theta}(t) \quad (5)$$

$u(t)$  を消去し,  $r(t)$  と  $\theta(t)$  のみの関数にして, 目標値から出力への伝達関数を求める。

$$\ddot{\theta}(t) = K_p(r(t) - \theta(t)) - K_v\dot{\theta}(t) \quad (6)$$

(6) 式をラプラス変換する.  $\theta(0) = 0$  とすれば

$$\theta(s)s^2 = K_p(r(s) - \theta(s)) - K_v\theta(s)s \quad (7)$$

となり,

$$\theta(s) = \frac{K_p}{s^2 + K_v s + K_p} r(s) \quad (8)$$

が導かれる.

- (1) システムは,  $2\zeta\omega_n = K_v$ ,  $\omega_n^2 = K_p$  の 2 次系であることが分かる. また,  $K_p = 1$  より,  $\omega_n^2 = 1$  となる.  $K_v$  を 徐々に大きくしていくと, 減衰係数  $\zeta$  が大きくなっていき, 最初振動的である応答が次第に振動的でなくなる (教科書 図 3.7). 振動が全くなくなるのは  $\zeta \geq 1$ , つまり  $K_v \geq 2$  のときである.
- (2)  $K_v = 1$  と固定するので,  $K_v = 2\zeta\omega_n = 1$  となる. この時  $K_p$  を 徐々に大きくしていくことは,  $\omega_n$  を大きく,  $\zeta$  を小さくすることに相当する. よって, (1) とは逆に,  $K_p$  を大きくしていくと, 徐々に振動的なふるまいになる. 振動が全くなくなるのは  $\zeta \geq 1$  の時であり,  $K_v = 2\zeta\omega_n = 1$  より  $\omega_n \leq 0.5$  となるので,  $K_p = \omega_n^2 \leq 0.25$  である.
- (3)  $K_p = 1$ ,  $K_v = 1.6$  とすると,  $\zeta = 0.8$ ,  $\omega_n = 1$  が求まる.  $\omega_n$  を大きくすれば応答は速くなる. ステップ応答の速度のみを 2 倍にしたいので,  $\zeta$  は変化させずに  $\omega_n$  を 2 倍にすると,  $\omega_n = 2$  となり,  $K_p = \omega_n^2 = 4$ ,  $K_v = 2\zeta\omega_n = 3.2$  である.