

第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

キーワード：ロバスト安定性, 相補感度関数

学習目標：ロバスト安定性について、その性質と条件を理解する。

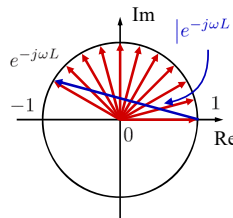
1

[例 7.4] むだ時間変動

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1} e^{-sL}, \quad 0 \leq L \leq 1$$

ノミナルモデル  $P(s) = \frac{1}{s+1}$

乗法的な不確かさの大きさ  $\left| \frac{\tilde{P}}{P} - 1 \right| = \left| \frac{\tilde{P} - P}{P} \right| = |e^{-j\omega L} - 1|$



乗法的な不確かさの大きさ (の上限値)

$$0 \leq \omega < \pi$$

$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq |e^{-j\omega} - 1|$$

$$\omega \geq \pi \quad (\because 0 \leq L \leq 1)$$

$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq 2$$

2

不確かさの周波数重み

$$W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$$

起こりうる不確かさをすべてカバーしている。

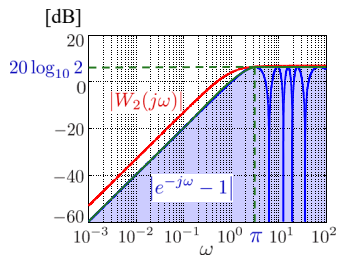


図 7.8 むだ時間変動に対する周波数重み関数

$P(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$  として,

モデル集合  $\mathcal{P} = \{(1 + \Delta(s)W_2(s))P(s), |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega\}$

を考えると、任意の  $\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1} e^{-sL}$ ,  $0 \leq L \leq 1$  はこのモデル集合の中に含まれる。

3

7 フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

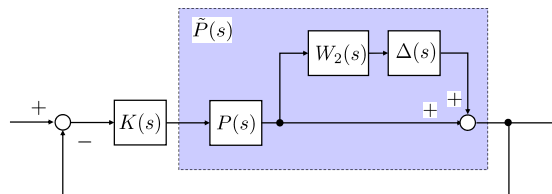


図 7.9 乗法的な不確かさを有するフィードバック系

モデルに不確かさがある場合でも、内部安定性は保たれるのか？

ロバスト安定性とは

コントローラ  $K(s)$  が集合  $\mathcal{P}$  に属するすべての  $\tilde{P}(s)$  に対して内部安定性を保証すること

4

不確かなモデル

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

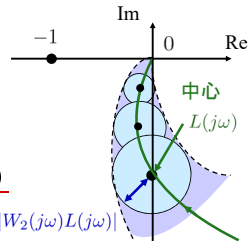
不確かな開ループ伝達関数

$$\tilde{L}(s) = \tilde{P}(s)K(s)$$

$$= (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)K(s)$$

$$= \frac{L(s)}{1 + \Delta(s)W_2(s)L(s)}$$

開ループの帯



任意の  $\tilde{L}(s)$  について、そのベクトル軌跡が点  $(-1, 0)$  をまわらなければ安定

( $\because$  ナイキストの安定判別法)

5

$\tilde{L}$  のベクトル軌跡

$$|\tilde{L} - L| = |\Delta W_2 L| \leq |W_2 L|$$

半径  $|W_2 L|$ , 中心  $L$  の円盤の内側

$$|-1 - L| = |1 + L|$$

-1 と  $L$  の距離



$$|W_2 L| < |1 + L|, \forall \omega \text{ ならば}$$

任意の  $\tilde{L}$  について、そのベクトル軌跡が点  $(-1, 0)$  をまわらない。

ロバスト安定

$$\left| \frac{W_2 L}{1 + L} \right| < 1, \forall \omega$$

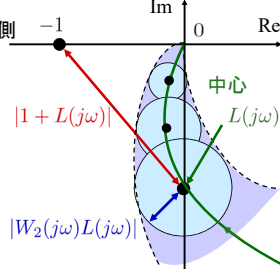
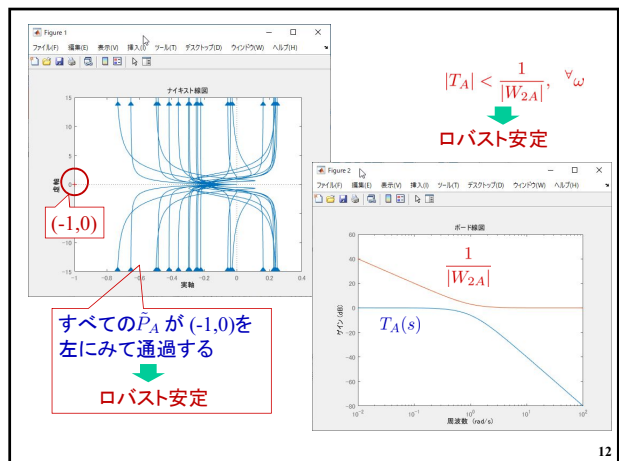
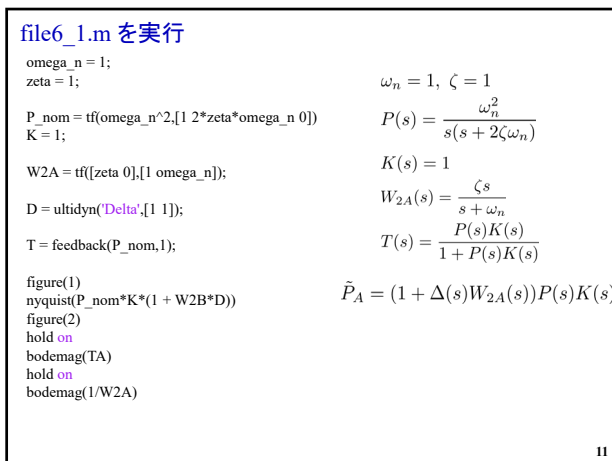
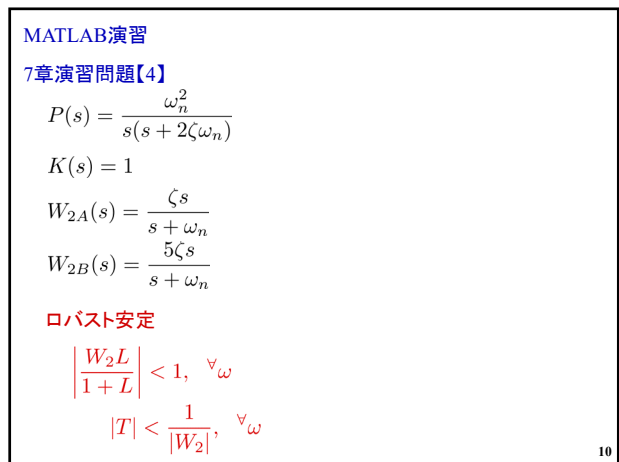
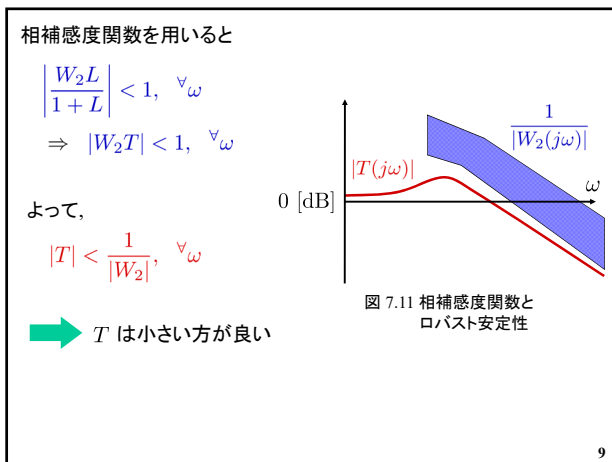
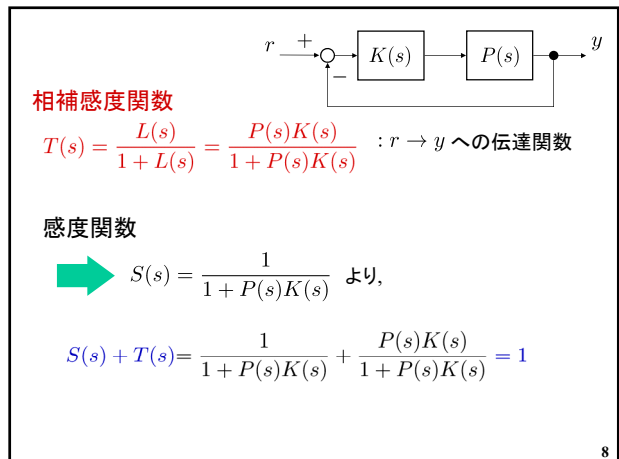
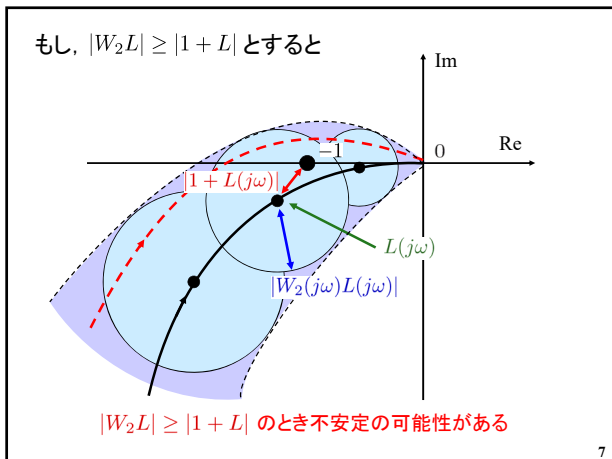


図 7.10 ベクトル軌跡によるロバスト安定性

6



**file6\_2.m を実行**

```

omega_n = 1;
zeta = 1;

P_nom = tf(omega_n^2,[1 2*zeta*omega_n 0])
K = 1;

W2B = tf([5*zeta 0],[1 omega_n]);

D = ultidyn('Delta',[1 1]);
TB = feedback(P_nom*K,1);

figure(3)
nyquist(P_nom*K*(1 + W2B*D))
figure(4)
hold on
bodemag(TB)
hold on
bodemag(1/W2B)
    
```

$$\omega_n = 1, \zeta = 1$$

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

$$K(s) = 1$$

$$W_{2B}(s) = \frac{5\zeta s}{s + \omega_n}$$

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}$$

$$\tilde{P}_B = (1 + \Delta(s)W_{2B}(s))P(s)K(s)$$

13

(-1,0)を右にみて通過するベクトル軌跡がある  
↓  
ロバスト安定でない

14

$|T_A| < \frac{1}{|W_{2A}|}, \forall \omega$   
を満たさない  
↓  
ロバスト安定でない

15

**file6\_3.m**

【課題1】P制御(KPだけで, KD=0, KI=0)でロバスト安定なKPを答え、ナイキスト軌跡, ゲイン線図( $T(s), \frac{1}{|W_2|}$ )を描け。

```

% -----
KP = xxxxx;
KD = 0;
KI = 0;
% -----
K = tf([KD KP KI],[1 0])
K_nom = 10;
T_nom = 0.0933;
P_nom = tf(K_nom,[T_nom 1 0])
W2 = 0.065*tf([0.5 1],[0.12 1]);
D = ultidyn('Delta',[1 1]);
T = feedback(P_nom*K,1);
.....
    
```

16

【課題2】PI制御(KP, KI だけで, KD=0)でロバスト安定なKP, KIを答え、ナイキスト軌跡, ゲイン線図( $T(s), \frac{1}{|W_2|}$ )を描け。

```

% -----
KP = xxxxx;
KD = 0;
KI = xxxxx;
% -----
K = tf([KD KP KI],[1 0])
K_nom = 10;
T_nom = 0.0933;
P_nom = tf(K_nom,[T_nom 1 0])
W2 = 0.065*tf([0.5 1],[0.12 1]);
D = ultidyn('Delta',[1 1]);
T = feedback(P_nom*K,1);
.....
    
```

17

**第 7 章 : フィードバック制御系のロバスト性解析**

7.2 ロバスト安定性

キーワード : ロバスト安定性, 相補感度関数

学習目標 : ロバスト安定性について, その性質と条件を理解する。

18