

第 6 章 : フィードバック制御系の安定性

6.2 ナイキストの安定判別法

キーワード : 単純化されたナイキストの安定判別法

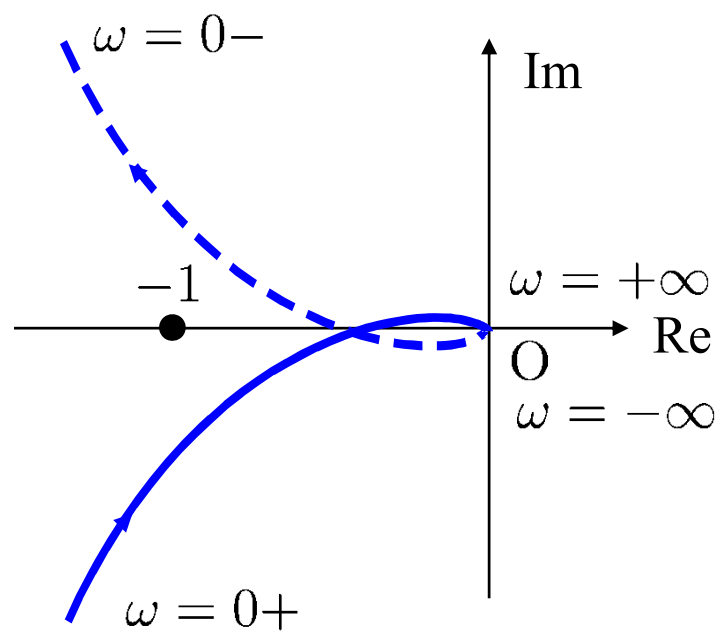
学習目標 : 単純化されたナイキストの安定判別法について理解する。

[例 6.4] (虚軸上に極がある場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

[ステップ 1] 閉曲線 C に対するナイキスト軌跡

$\Rightarrow \omega = 0$ の近傍で不連続, N を求められない



$s = 0$ を回避し, 左に見るように経路 $d \rightarrow e \rightarrow f$

(新たな閉曲線 C 内に $s = 0$ の極は入らない)

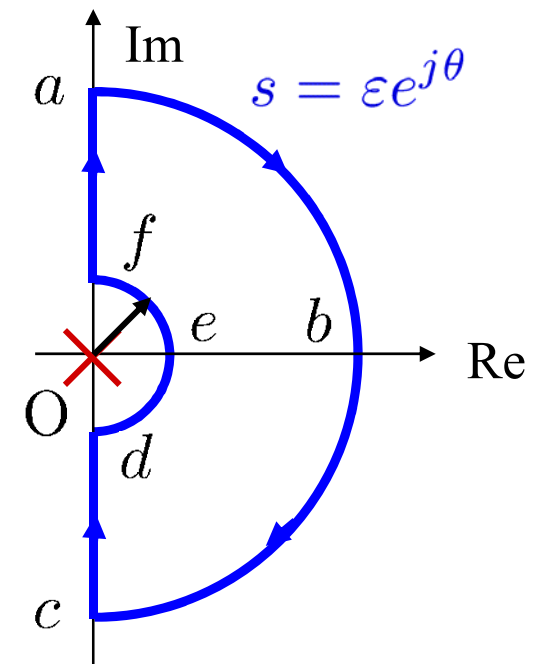
$s = 0$ は安定と仮定する

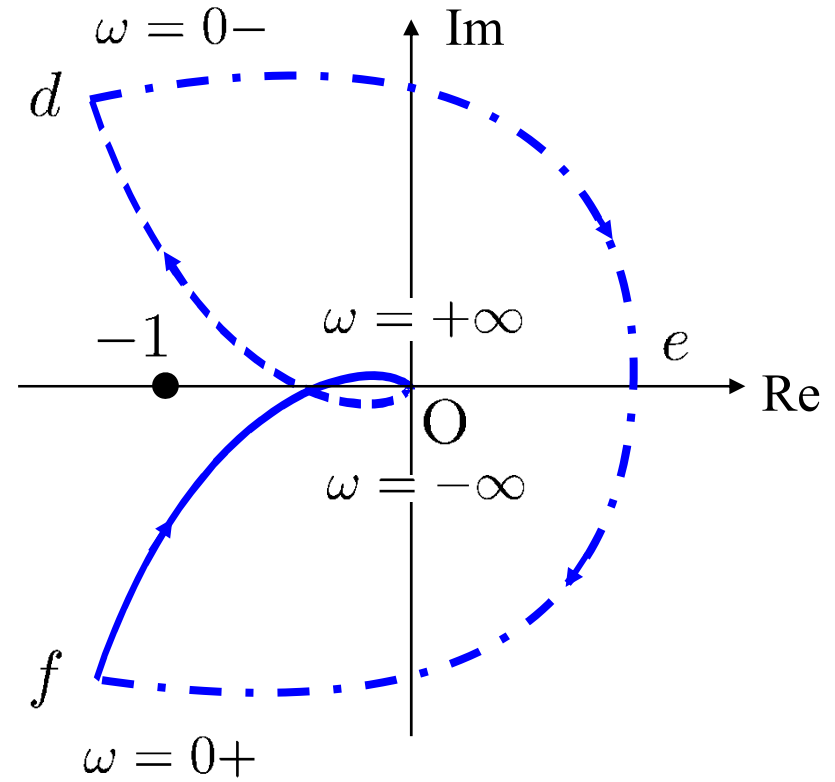
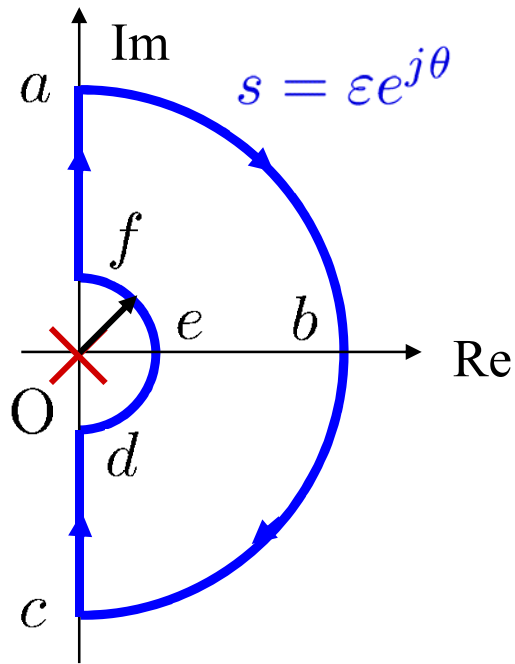
経路 $d \rightarrow e \rightarrow f$ $s = \varepsilon e^{j\theta}$ ($\varepsilon \rightarrow 0, -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)

$$\left(L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L(\varepsilon e^{j\theta}) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta} (\varepsilon e^{j\theta} + 1) (\varepsilon e^{j\theta} + 2)} \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K}{2\varepsilon} e^{-j\theta} \end{aligned}$$

半径 ∞ の円周 $+90^\circ$ から -90° へ
時計方向に





[ステップ 2] $N = 0$

[ステップ 3] $\Pi = 0$ ($s = 0$ は安定)

[ステップ 4] $Z = N + \Pi = 0$ 制御系は安定

開ループ伝達関数が安定な場合

$\Pi = 0$ より

$Z = 0$ となるためには $N = 0$ でなければならない ($Z = N + \Pi$)

簡単化されたナイキストの安定判別法

[ステップ 1] 開ループ伝達関数の極の中に, その実部が正となるものがないことを確認する.

[ステップ 2] 開ループ伝達関数のベクトル軌跡 $P(j\omega)K(j\omega)$ を角周波数 $\omega = 0 \sim +\infty$ の範囲で描く.

[ステップ 3] ω を 0 から ∞ へ変化させたとき, この開ループ伝達関数のベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をつねに左に見るように動かならば, 系は安定である. また, 右に見れば系は不安定となる.

[例 6.5] (安定系の場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad K = 3, 6, 12$$

$K = 3$ のとき

点 $(-1, 0)$ を常に左に見る

⇒ 安定

$K = 6$ のとき

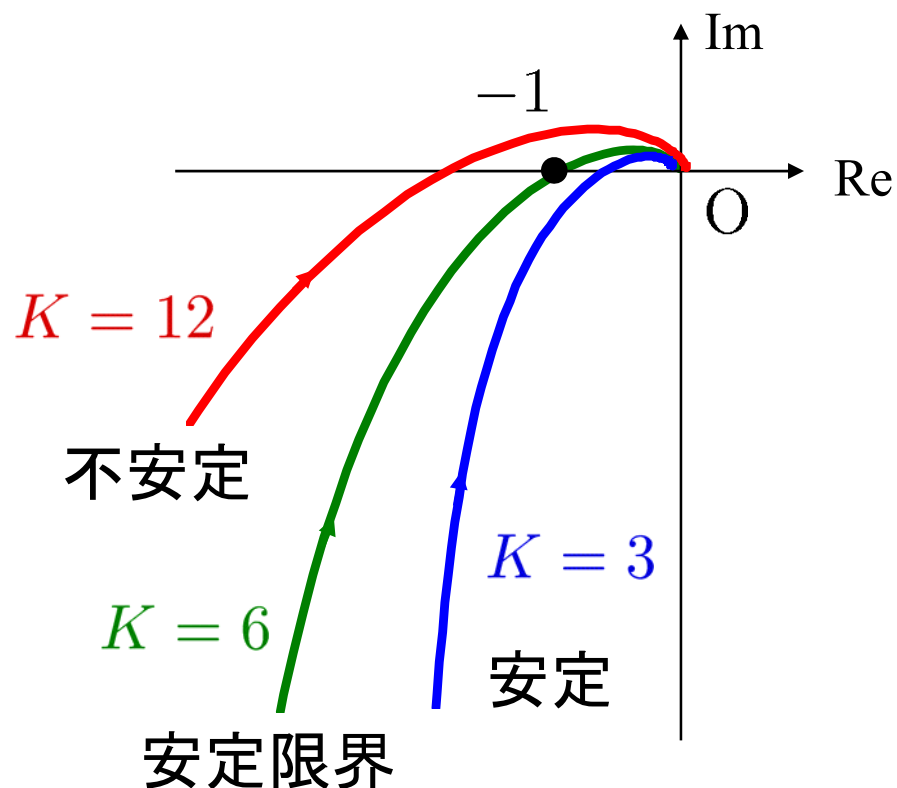
ちょうど点 $(-1, 0)$ を通過する

⇒ 安定限界

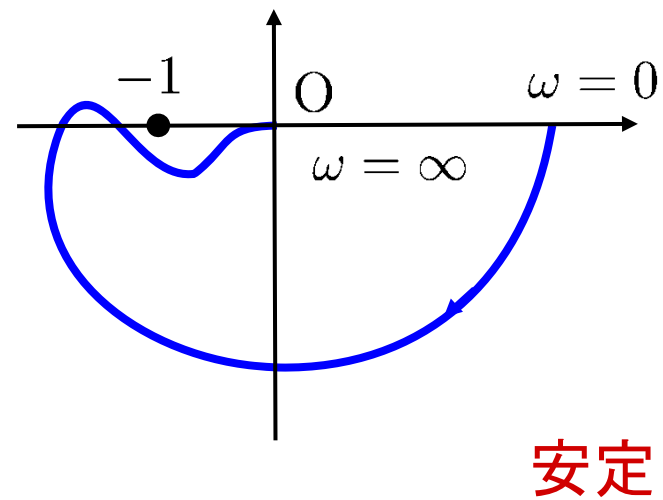
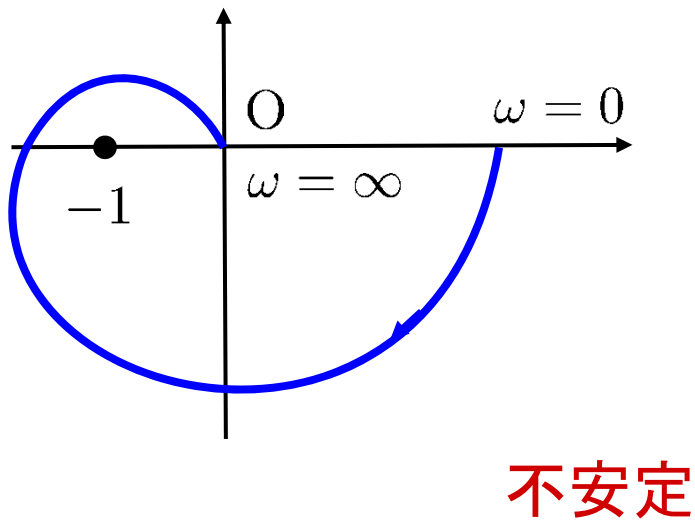
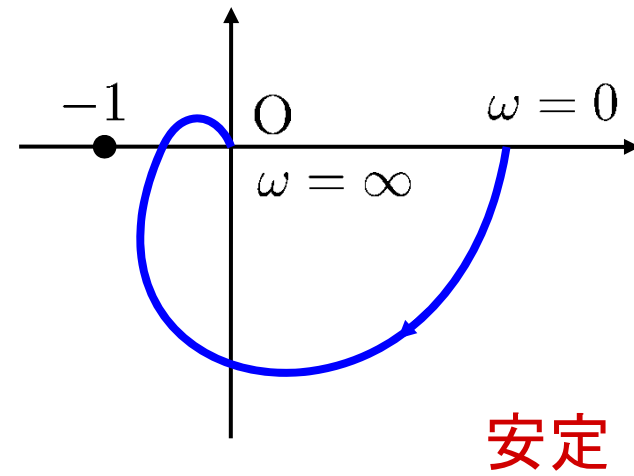
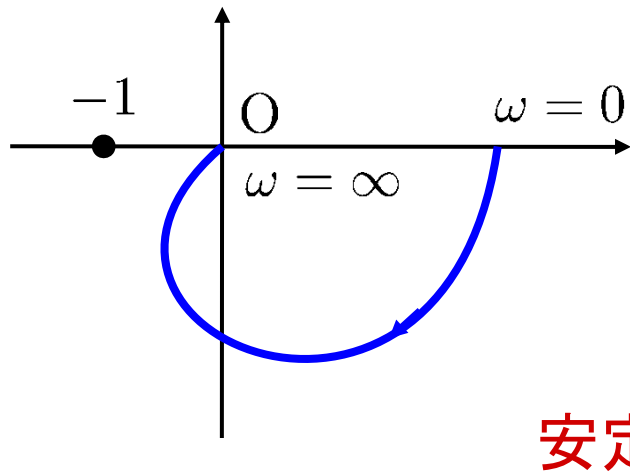
$K = 12$ のとき

点 $(-1, 0)$ を右にみるようになる

⇒ 不安定



[例] 簡単化されたナイキストの安定判別法



第 6 章 : フィードバック制御系の安定性

6.2 ナイキストの安定判別法

キーワード : 簡単化されたナイキストの安定判別法

学習目標 : 簡単化されたナイキストの安定判別法について理解する。

[別解]

$s = 0$ を回避し, 左に見るように経路 $d \rightarrow e \rightarrow f$

(新たな閉曲線 C 内に $s = 0$ の極は**入る**)

$s = 0$ は**不安定と仮定する**

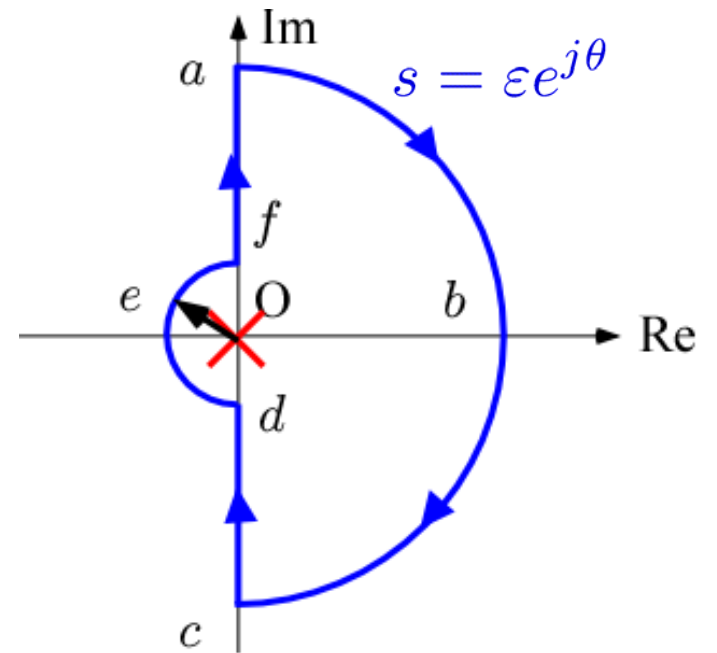
経路 $d \rightarrow e \rightarrow f$ $s = \varepsilon e^{j\theta}$ ($\varepsilon \rightarrow 0, -90^\circ \leq \theta \leq -270^\circ$)

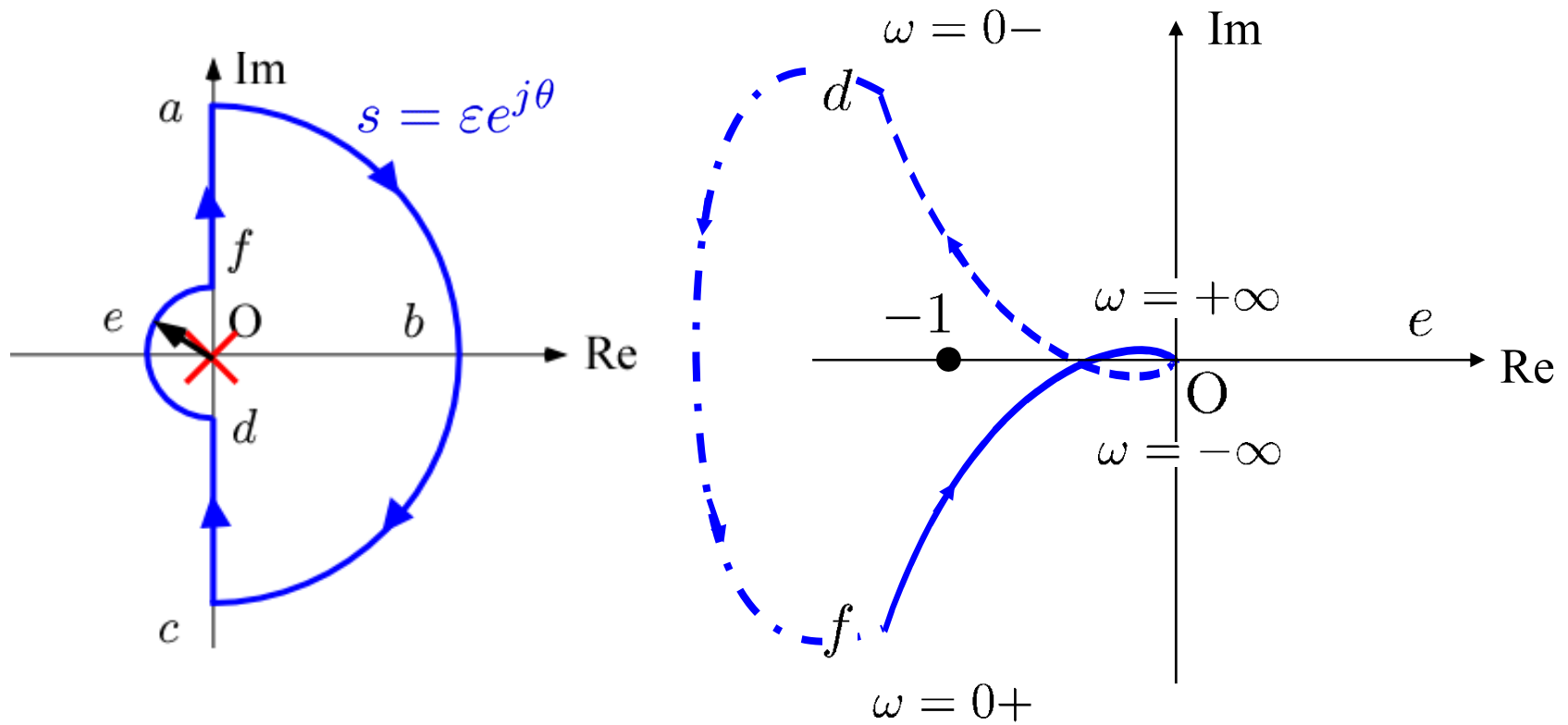
$$\left(L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} L(\varepsilon e^{j\theta}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta} (\varepsilon e^{j\theta} + 1) (\varepsilon e^{j\theta} + 2)}$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K}{2\varepsilon} e^{-j\theta}$$

半径 ∞ の円周 $+90^\circ$ から 270° へ
時計方向に





[ステップ 2] $N = -1$ (反時計方向に1回)

[ステップ 3] $\Pi = 1$ ($s = 0$ は不安定)

[ステップ 4] $Z = N + \Pi = 0$ 制御系は安定