

第6章 : フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕(MATLAB演習)

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数, 位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や位相余裕について理解する。

1

6 フィードバック制御系の安定性

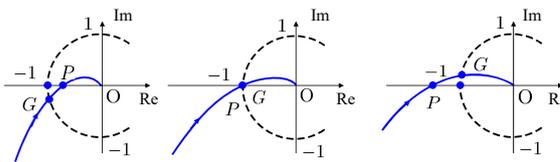
6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

位相交差周波数

ベクトル軌跡が負の実軸を横切る点  $P$  に対応  
位相が  $-180^\circ$  になる

ゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$

ゲインがちょうど 1 になる点  $G$  に対応  
単位円を横切る



(a) 安定 (b) 安定限界 (c) 不安定

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

2

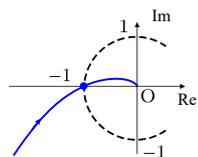
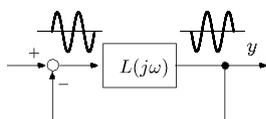
(1) 安定限界

ベクトル軌跡がちょうど点  $(-1, 0)$  の上を通る

$$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ \text{ のとき}$$

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$$

$\omega_{pc}$  : ベクトル軌跡の位相が  $-180^\circ$  になる周波数



(b) 安定限界

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

3

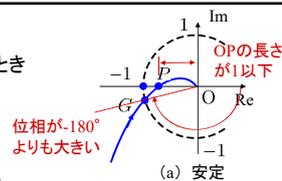
(2) 安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$  のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| < 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$  のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) > -180^\circ$$



(a) 安定

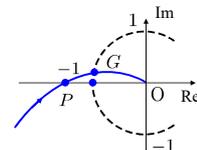
(3) 不安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$  のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| > 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$  のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) < -180^\circ$$



(c) 不安定

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

4

ベクトル軌跡が点  $(-1, 0)$  からある程度離れているならば, **安定余裕**がある。

ゲイン余裕 GM

あとどれだけゲインを増やすと制御系が不安定になるか。

$$GM = \frac{1}{OP} \text{ (dB)}$$

位相余裕 PM

あとどれだけ位相が遅れると制御系が不安定になるか。

$$PM = \angle GOP \text{ (}^\circ\text{)}$$

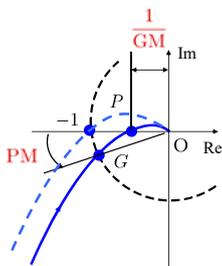
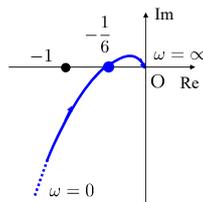


図 ゲイン余裕, 位相余裕

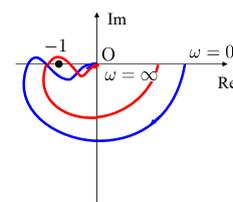
5

[例] ゲイン余裕

$$L(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

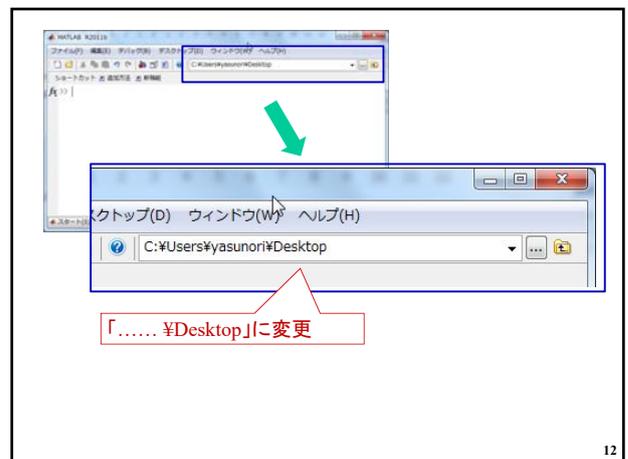
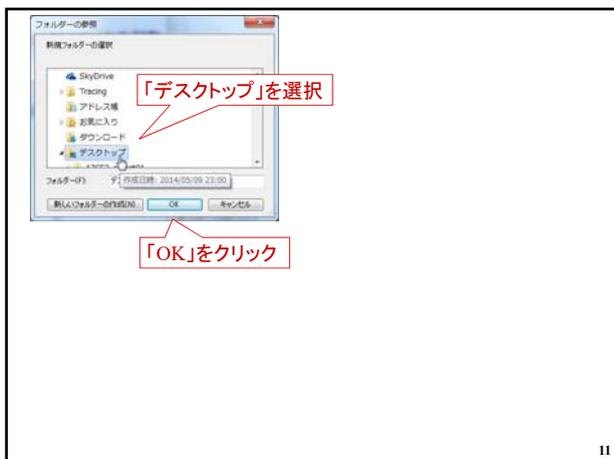
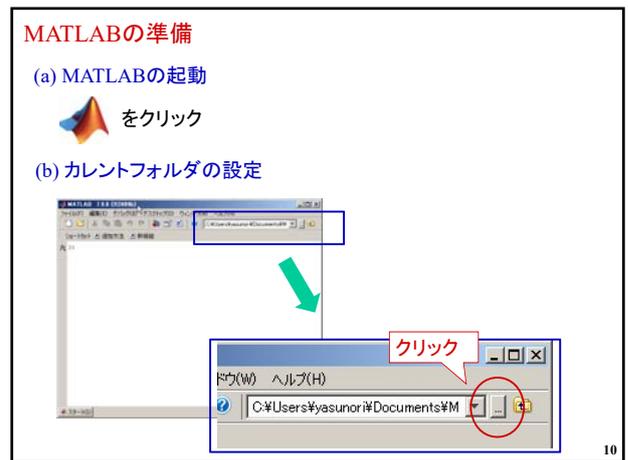
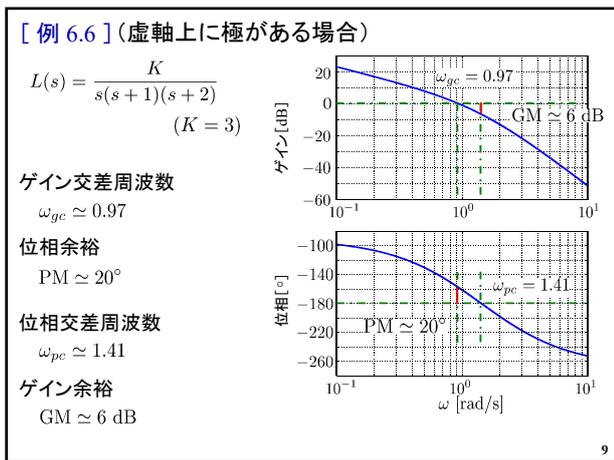
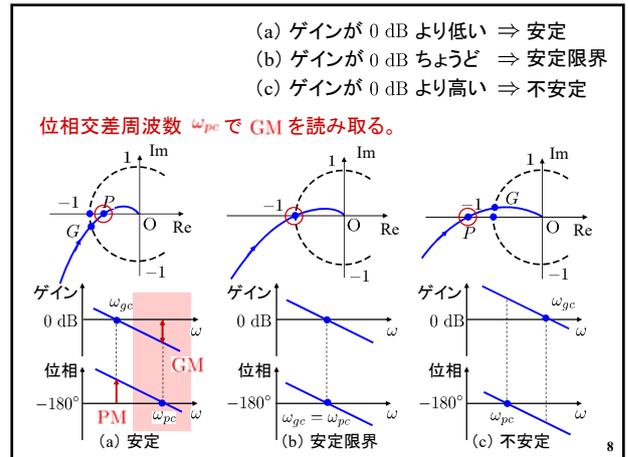
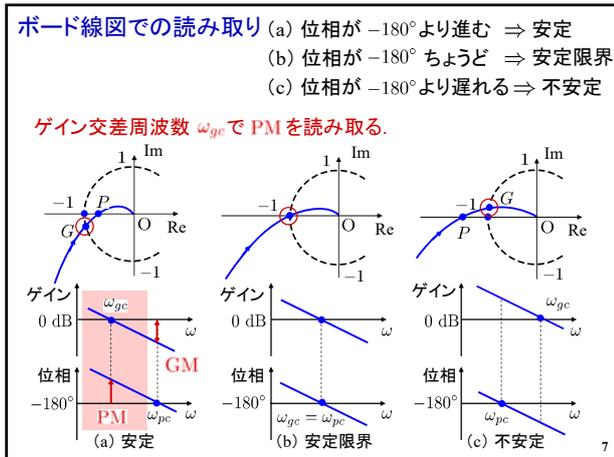


安定  
GM = 6



安定 (条件付安定)  
GM = infinity

6



ゲイン余裕と位相余裕  
ゲイン交差周波数と位相交差周波数

margin ( G ) G は伝達関数

【例】

$$L(s) = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$

クリック

$L = tf(3, [1 \ 0]) * tf(1, [1 \ 1]) * tf(1, [1 \ 2]);$   
 $margin(L);$

13

$$G(s) = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$

各値が表示

ゲイン余裕

ゲイン交差周波数

位相交差周波数

位相余裕

14

【例 6.5】 (安定系の場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad K = 3, 6, 12$$

$K = 12$

$K = 6$

$K = 3$

(-1,0)を右に見る

(-1,0)を通過

(-1,0)を左に見る

15

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad K = 3, 6, 12$$

$K = 3$  のとき  
点  $(-1, 0)$  を常に左に見る  
⇒ 安定

$K = 6$  のとき  
ちょうど点  $(-1, 0)$  を通過する  
⇒ 安定限界

$K = 12$  のとき  
点  $(-1, 0)$  を右にみるようになる  
⇒ 不安定

不安定

安定限界

安定

16

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}, \quad K = 6$$

不安定

安定限界

安定

ゲイン交差周波数 = 位相交差周波数

ゲイン余裕 = 0  
位相余裕 = 0

17

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}, \quad K = 12$$

ゲイン余裕 < 0  
位相余裕 < 0

不安定

安定限界

安定

ゲイン交差周波数

ゲイン余裕 < 0

位相交差周波数

位相余裕 < 0

18

第 6 章 :フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕(MATLAB演習)

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数,  
位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や  
位相余裕について理解する。