2021年度 制御工学 II 後期 学年末試験について

注意

● 配点:レポートから 95点,応用問題 5点

場所: 5E 教室 持込:電卓

出題範囲

(1) 第8回レポート【位相進み-遅れ補償】

+ボード線図からどれがゲイン補償,位相進み補償,位相遅れ補償であるかを判別できるようにする。

【模範解答】Teams またはホームページに載せてある。

(2) 第 11 回レポート (a) 【2 自由度制御系】*(b) は出題しない

【模範解答】Teams またはホームページに載せてある。

(3) 第9回レポート【8.3 位相遅れ補償 【例8.3】】

図 1 は,開ループ伝達関数 P(s) のボード線図を示している。速度偏差定数 $K_v \ge 10$,位相余裕 $PM \ge 40^\circ$ となる。位相遅れ補償器 K(s) を設計せよ $(\alpha_2$, T_2 を設計せよ)。図 1 の位相余裕は, 47° である。

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)} \tag{1}$$

$$K(s) = K_2 \frac{\alpha_2 (T_2 s + 1)}{\alpha_2 T_2 s + 1} \tag{2}$$

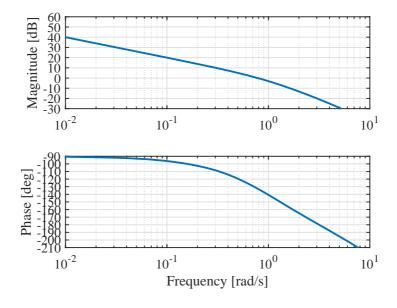


図 1: $P(s)K_2$ のボード線図

【模範解答】

はじめに K_2 を求める。 K_2 を入れなくても位相余裕は , 40° を超えているので , $K_2=1$ とする。

次に, α_2 を求める。速度偏差定数は

$$K_v = \lim_{s \to 0} sPK_2 = \lim_{s \to 0} \frac{10}{(s+1)(s+10)} = 1$$
(3)

 $K_v \geq 10$ とするために,低周波ゲインを 10 倍上げたいので, $\alpha_2 = 10$ である。

次に T_2 を求める。折点角周波数 $\omega=\frac{1}{T_2}$ をゲイン交差周波数より $1{
m dec}$ 程度下になるようにする。図 1 からゲイン交差周波数は $\omega_{qc}=0.8$ より ,

$$\frac{1}{T_2} = 0.1\tag{4}$$

とすればよい。よって, $T_2 = 10$ となる。

よって,位相遅れ補償器 K(s) は次にようになる。

$$K(s) = \frac{10(10s+1)}{100s+1} \tag{5}$$

(4) 第10回レポート【8.3 位相進み補償 【例8.4】】

図 2 は , 制御対象の伝達関数 P(s) のボード線図を示している。ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} \geq 2$, 位相余裕 ${
m PM} \approx 40^\circ$ を満たす位相進み補償器 K(s) を設計せよ。

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)} \tag{6}$$

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \tag{7}$$

ただし,下記の関係を用いてよい。

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\text{max}}}{1 + \sin \phi_{\text{max}}} \tag{8}$$

$$\omega_{\max}: P(s)K_1$$
が $20\log\sqrt{\alpha_1}~[\mathrm{dB}]$ と交差する角周波数

$$\omega_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}} \tag{10}$$

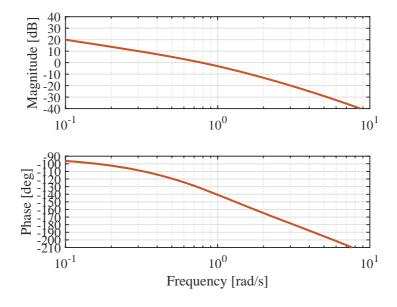


図 2: P(s) のボード線図

【模範解答】

はじめに , K_1 を求める。ゲイン交差周波数を 2 より大きくするには , P(s) のボード線図の $\omega=2$ のゲインを 15 [dB] 上げればよい。

$$20\log K_1 = 15 (11)$$

よって,

$$K_1 = 10^{\frac{15}{20}} \approx 5 \tag{12}$$

となる。次に $P(s)K_1$ の位相余裕を求める。ボード線図は , ゲインだけ掛けた場合は , 位相は変化しないので , 図 3 となる。よって , 位相余裕は 15° くらいである。余裕を 10° くらいとって ,

$$\phi_{\text{max}} = 40 - 15 + 10^{\circ} = 35^{\circ} \tag{13}$$

とする。次に,(8)式より

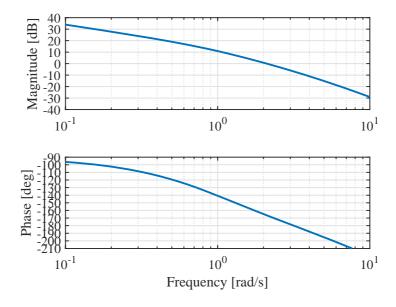


図 3: $P(s)K_1$ のボード線図

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\text{max}}}{1 + \sin \phi_{\text{max}}} = 0.27 \tag{14}$$

が求まる。よって , $P(s)K_1$ が $20\log\sqrt{0.27}$ $[\mathrm{dB}]=-5$ $[\mathrm{dB}$ と交差する角周波数は 3 $[\mathrm{rad/s}]$ となるので , $\omega_{\mathrm{max}}=3$ となる。(10) 式より

$$T_1 = \frac{1}{\omega_{\text{max}}\sqrt{\alpha_1}} = 0.64 \tag{15}$$

となる。よって,位相進み補償器K(s)は次のようになる。

$$K(s) = 5 \frac{0.64s + 1}{0.27 \times 0.64s + 1} \tag{16}$$

(5) 第12回レポート【9.2 2自由度制御】

図 4 のフィードバック制御系において, $P(s)=\frac{1}{s}$,K(s)=1 で与えられ,そのステップ応答が図 5 となった。モデル化誤差がない場合,図 6 の 2 自由度制御系において,図 5 よりも応答を速くする $F_1(s)$ と $F_2(s)$ を答えよ。

【模範解答】

モデル化誤差がないのであれば,K(s) は関係ない。また,図 5 の立ち上がり時間は,T=1 であるので,これより速い F(s) を設計すればよい。よって,

$$F(s) = \frac{1}{0.5s + 1} \tag{17}$$

よって,次のようになる。

$$F_1(s) = \frac{F(s)}{P(s)} = \frac{s}{0.5s + 1} \tag{18}$$

$$F_2(s) = F(s) = \frac{1}{0.5s + 1} \tag{19}$$

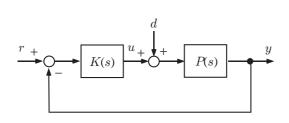


図 4: フィードバック制御系

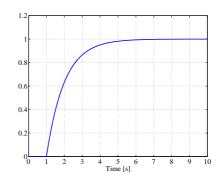


図 5: ステップ応答

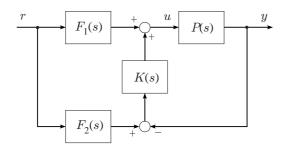


図 6: 2 自由度制御系