

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : P(比例), I(積分), D(微分)

学習目標 : P補償, PI補償の有効性について理解し,
その設計を習得する。

8. フィードバック制御系の設計法

8.2 PID補償による制御系設計

(偏差の)

比例 (Proportional)

積分 (Integral)

微分 (Derivative)



PID制御

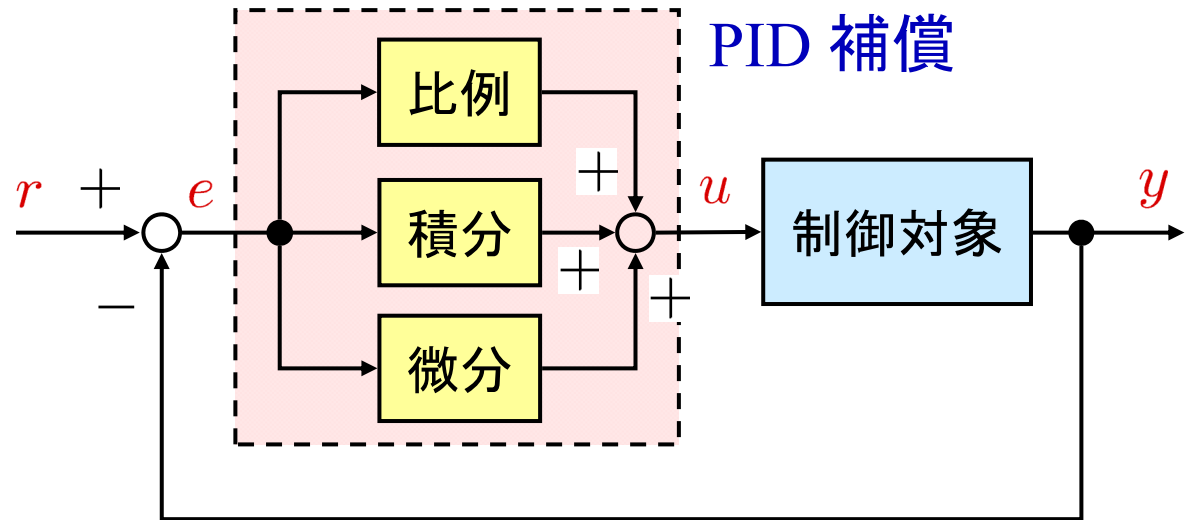


図8.2 PID 補償

PD 補償

コントローラ

$$\begin{aligned}K_{PD}(s) &= K_P + K_D s \\&= K_P(1 + T_D s)\end{aligned}$$

$$T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (\text{微分時間})$$

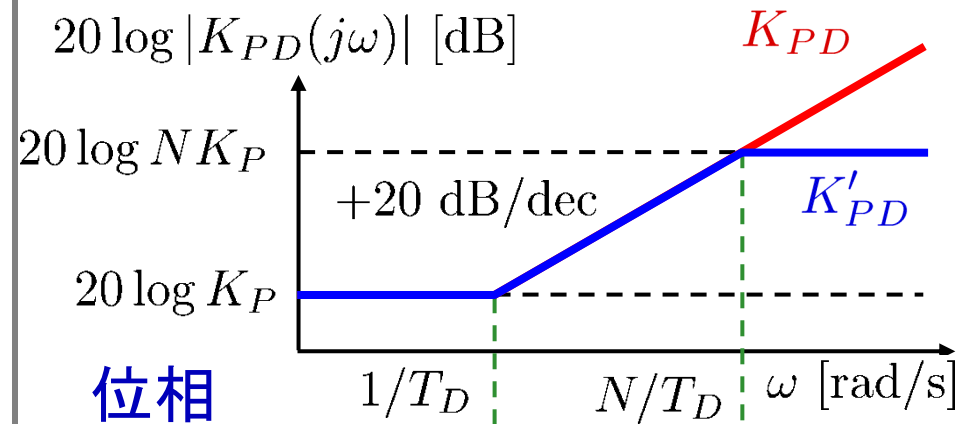
過渡特性の改善

“ 偏差が増加(減少)しつつあるとき, その先を見越して操作量を大きく(小さく)する ”

[注] 理想的な微分器は実現困難

$$\begin{aligned}K'_{PD} &= \frac{K_P(1 + T_D s)}{1 + (T_D/N)s} \\&\quad (3 \leq N \leq 20)\end{aligned}$$

ゲイン



位相

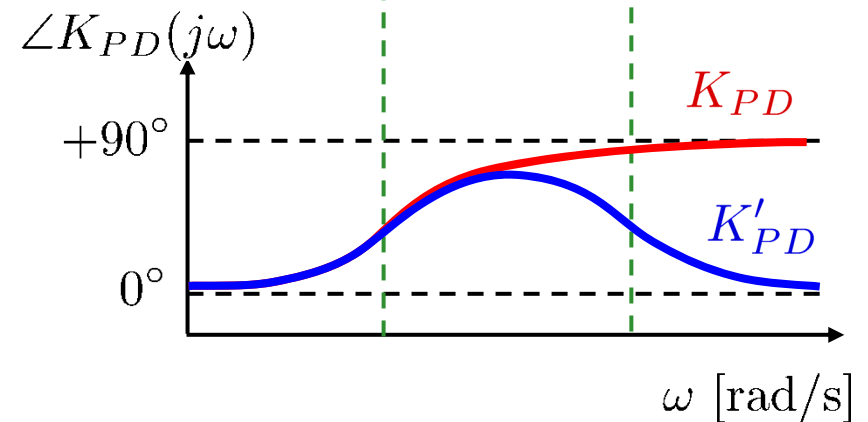


図8.5 PD 補償のボード線図

[例 8.2]

制御対象 $P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$

コントローラ

$$K_{PD}(s) = K_P + K_D s$$

$$= 10 + s$$

$$(K_P = 10, K_D = 1)$$

$$L_{PD} = PK_{PD} = \frac{10(10+s)}{(s+1)(s+10)}$$

過渡特性(速応性):

ゲイン交差周波数 ω_{gc}

P 補償と比べて高い

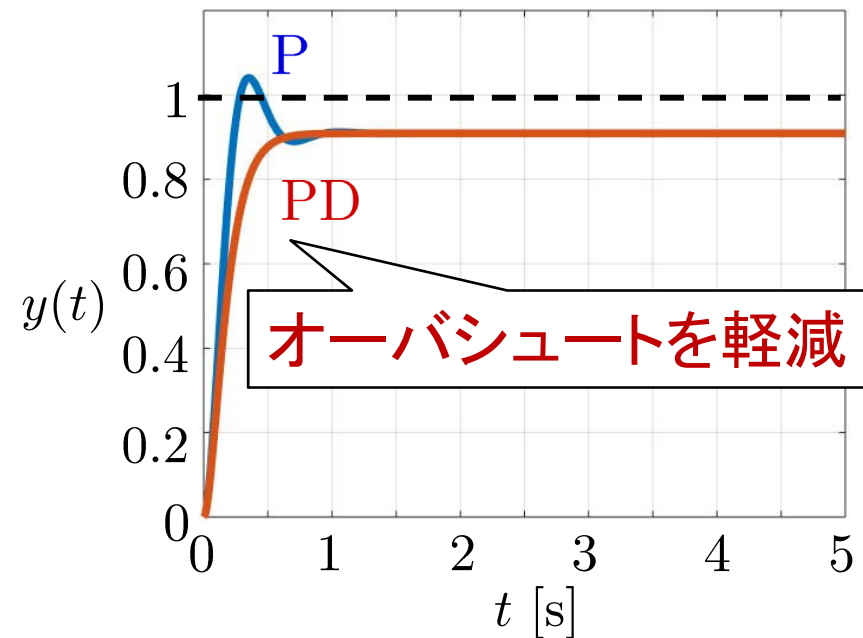
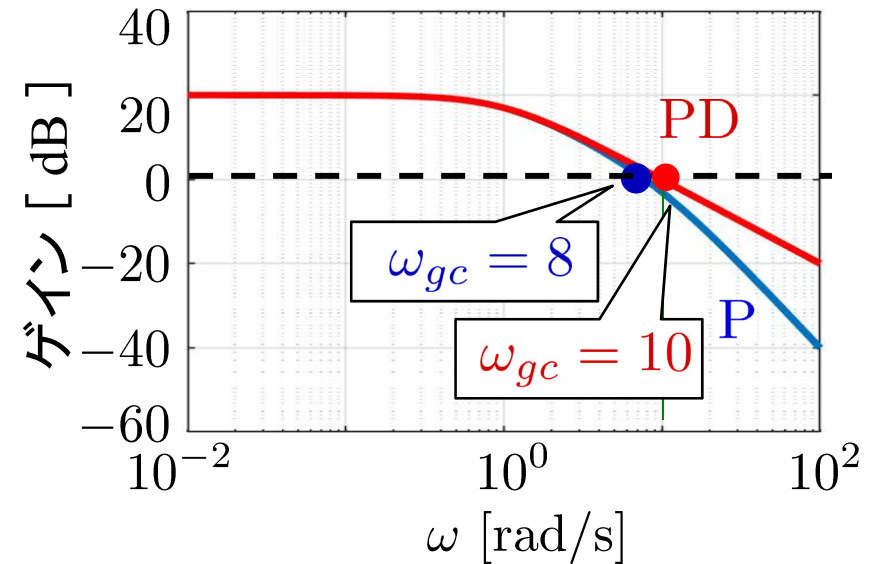
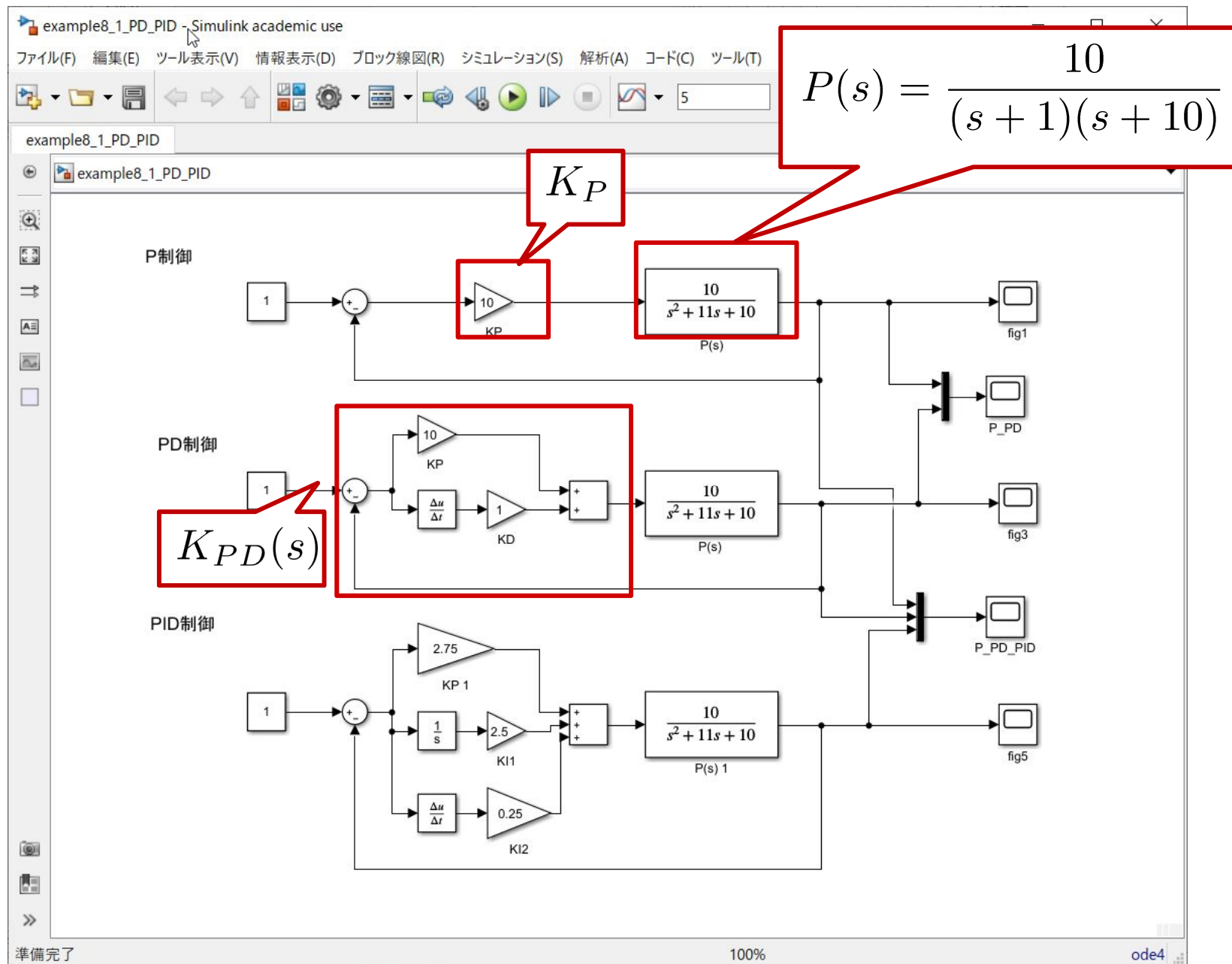


図8.7 開ループゲインと
ステップ応答

example8_1_PD_PID_2011b.mdl



example8_1_PD_PID - Simulink academic use

ファイル(F) 編集(E) ツール表示(V) 情報表示(D) ブロック線図(R) シミュレーション(S) 解析(A) コード

example8_1_PD_PID

example8_1_PD_PID

P制御

PD制御

PID制御

準備完了

$$P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

ブロックパラメーター: P(s)

Transfer Fcn

分子係数は、ベクトルか行列式です。分母係数は、ベクトルでなければなりません。出力幅は、分子係数の行数と等しくなければなりません。s のべき乗の降順で係数を指定しなければなりません。

パラメーター

分子係数:

[10]

分母係数:

[1 11 10]

絶対許容誤差:

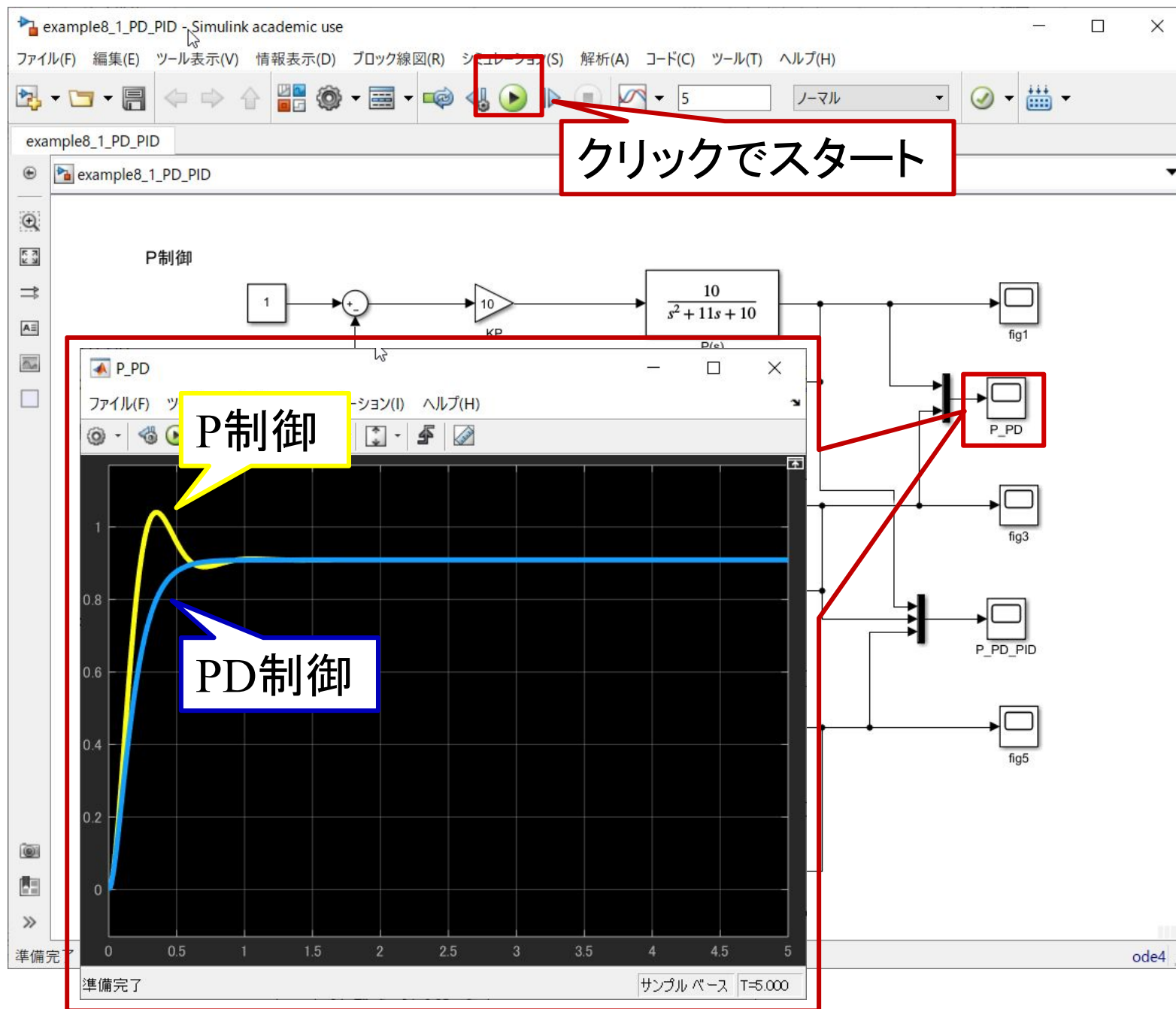
auto

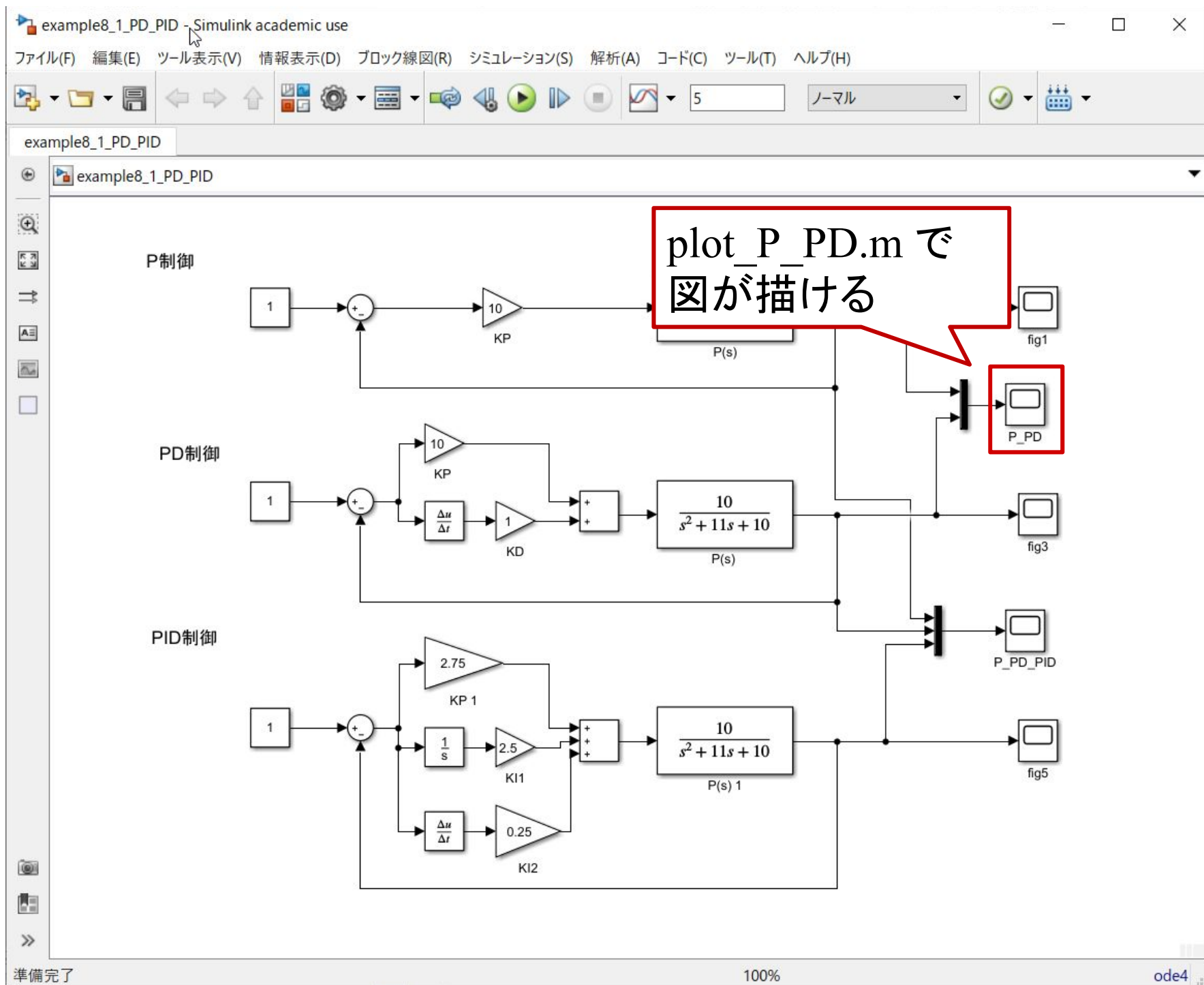
状態名:(例: 'position')

OK(O) キャンセル(C) ヘルプ(H) 適用(A)

分子の係数

分母の係数





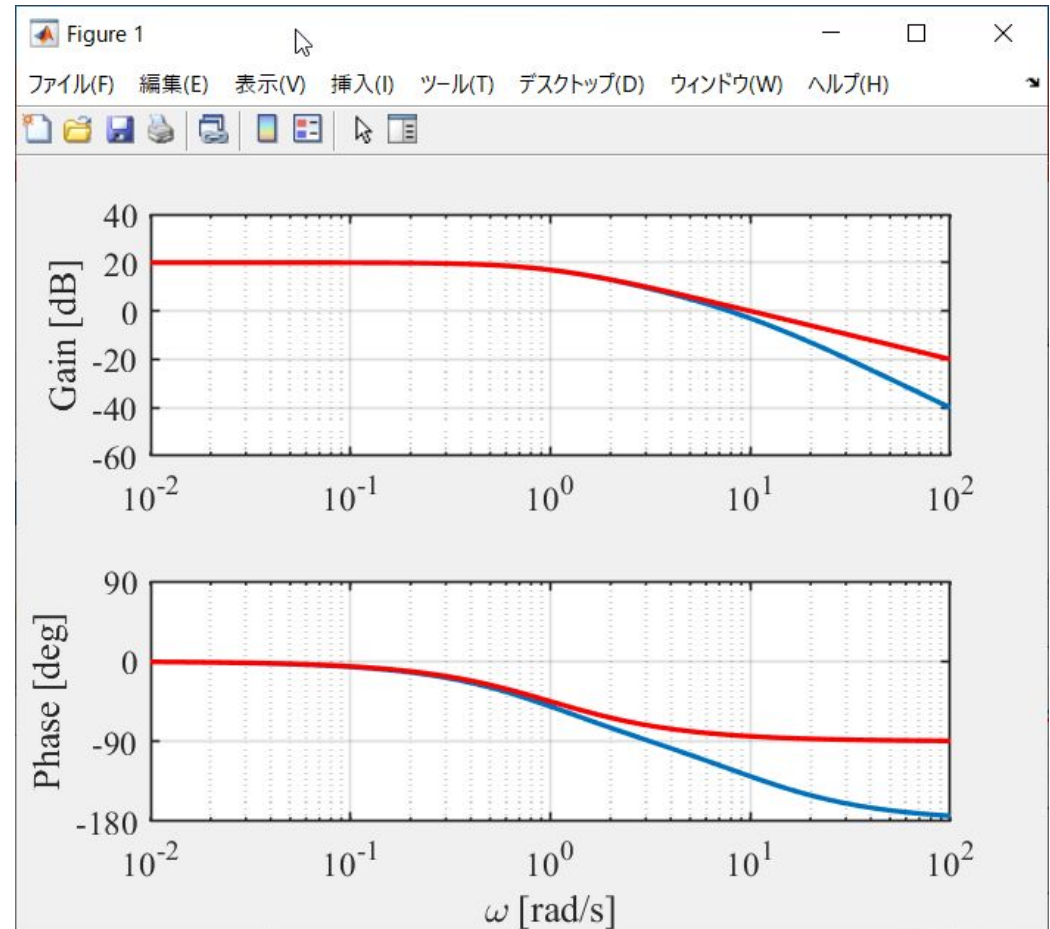
ボード線図

bode_ex8_1_P_PD.m

```
close all
omega = logspace(-2, 2, 100);
P = tf([10], [1 11 10]);
KP = 10;
LP = P*KP;
[magLP, phaseLP] = bode(LP, omega);
magLP_db = 20*log10(magLP);

KPD = tf([1 10], [1]);
LPD = P*KPD;
[magLPD, phaseLPD] = bode(LPD, omega);
magLPD_db = 20*log10(magLPD);
```

(続く)



```

figure(1)
subplot(2, 1, 1)
semilogx(omega, magLP_db(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, magLPD_db(:), 'r', 'Linewidth', 2)
grid on
ylabel('Gain [dB]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -60 40])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])

subplot(2, 1, 2)
semilogx(omega, phaseLP(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPD(:), 'r', 'Linewidth', 2)
grid on
xlabel('¥omega [rad/s]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
ylabel('Phase [deg]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -180 90])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])
set(gca, 'ytick', [-180, -90, 0, 90])

```

PID 補償

コントローラ

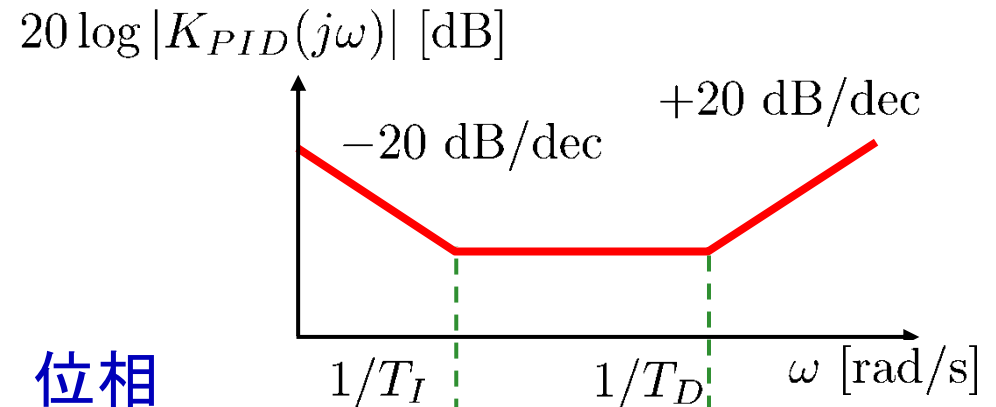
$$\begin{aligned} K_{PID}(s) &= K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \\ &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \end{aligned}$$

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad (\text{積分時間})$$

$$T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (\text{微分時間})$$

定常特性と過渡特性を改善

ゲイン



位相

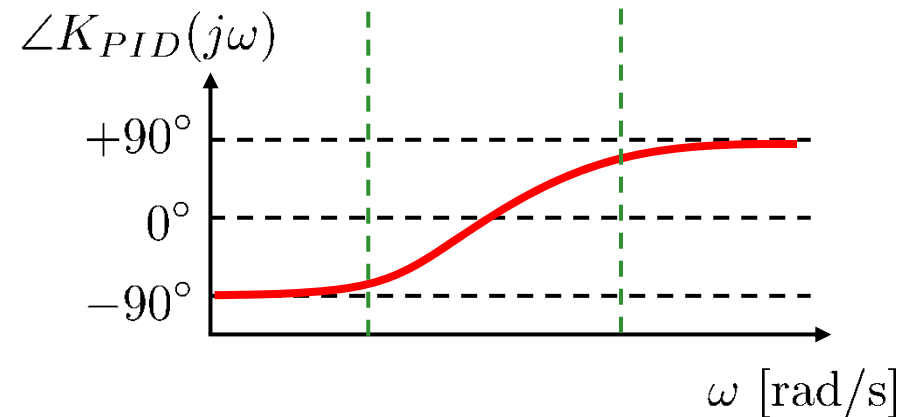


図8.6 PID 補償のボード線図

[例 8.2]

制御対象 $P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$

コントローラ

$$K_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$= \frac{1}{4} \frac{(s+1)(s+10)}{s}$$

$(K_P = 2.75, K_I = 2.5, K_D = 0.25)$

$$L_{PID} = PK_{PID} = \frac{2.5}{s}$$

定常特性: $L(0) = \infty$

低周波ゲインが大きい

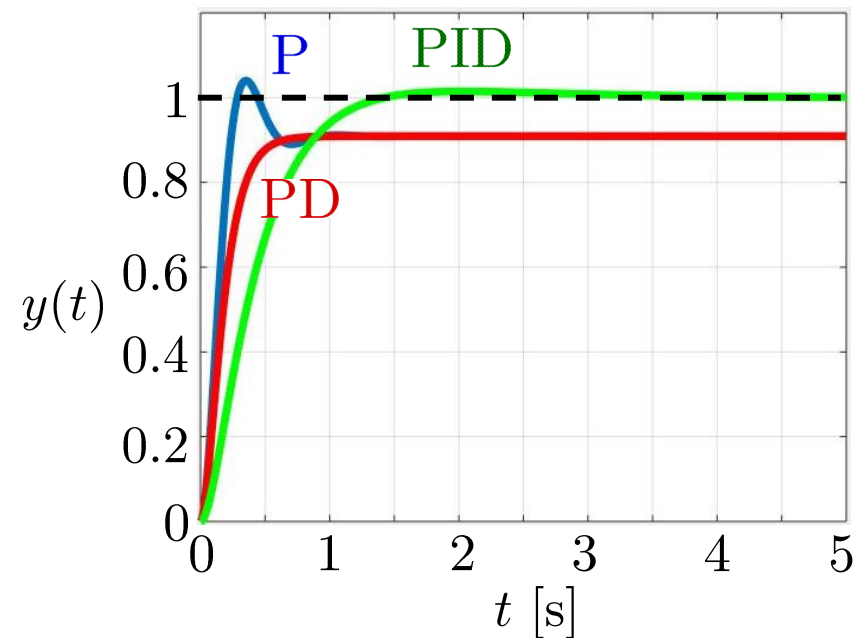
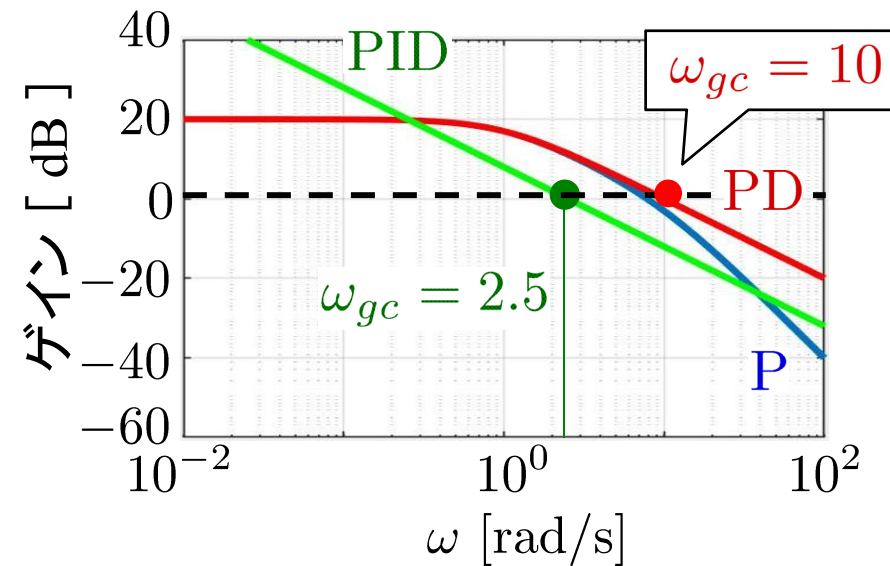


図8.7 開ループゲインと
ステップ応答

P 補償

$$K_P = 10$$

$$L_P = PK_P = \frac{100}{(s+1)(s+10)}$$

PI 補償

$$K_{PI} = \frac{s+1}{s} = 1 + \frac{1}{s} \quad \left(\begin{array}{l} K_P = 1 \\ K_I = 1 \end{array} \right)$$

$$L_{PI} = PK_{PI} = \frac{10}{s(s+10)}$$

過渡特性(速応性):

ゲイン交差周波数 ω_{gc}

PI 補償と比べて高い

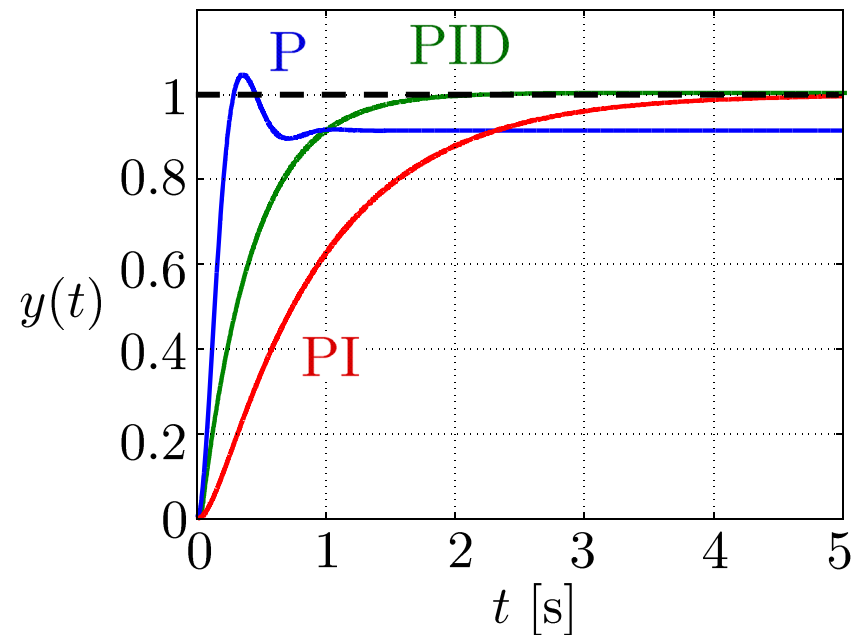
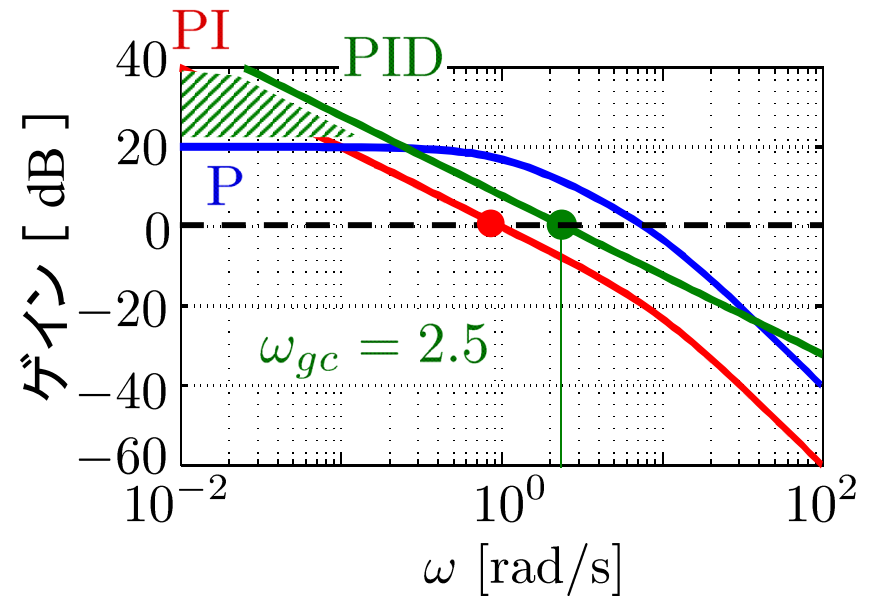
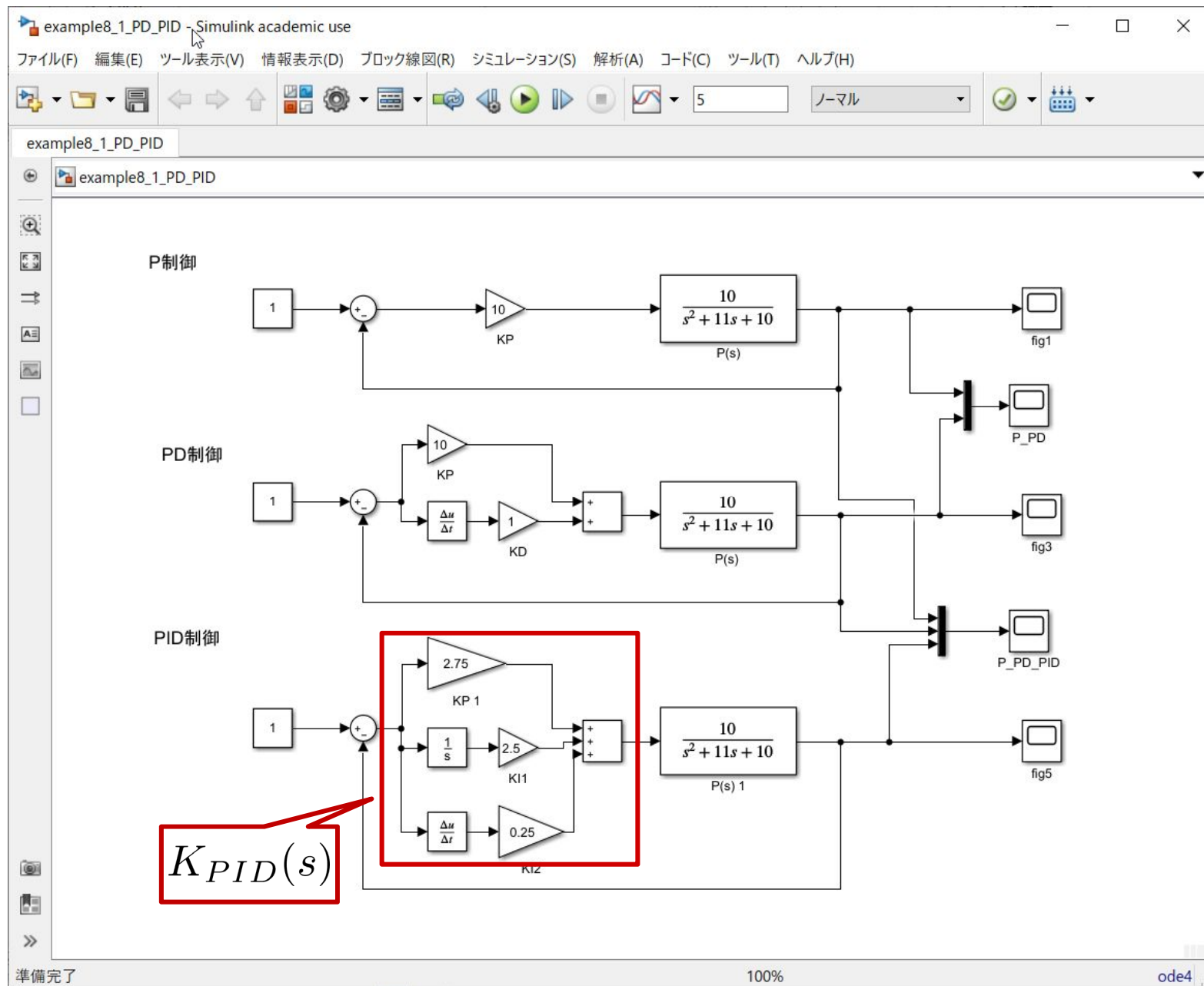
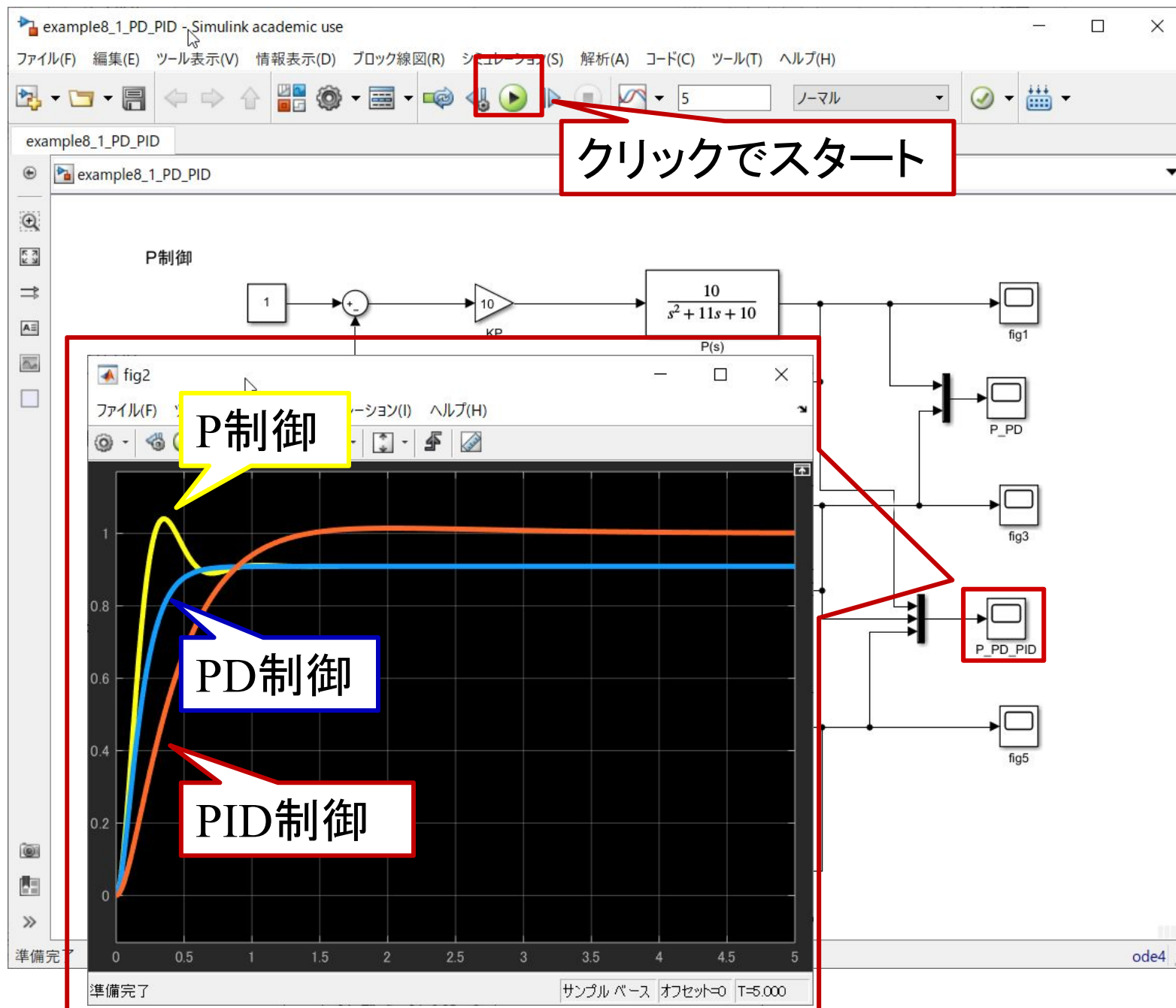
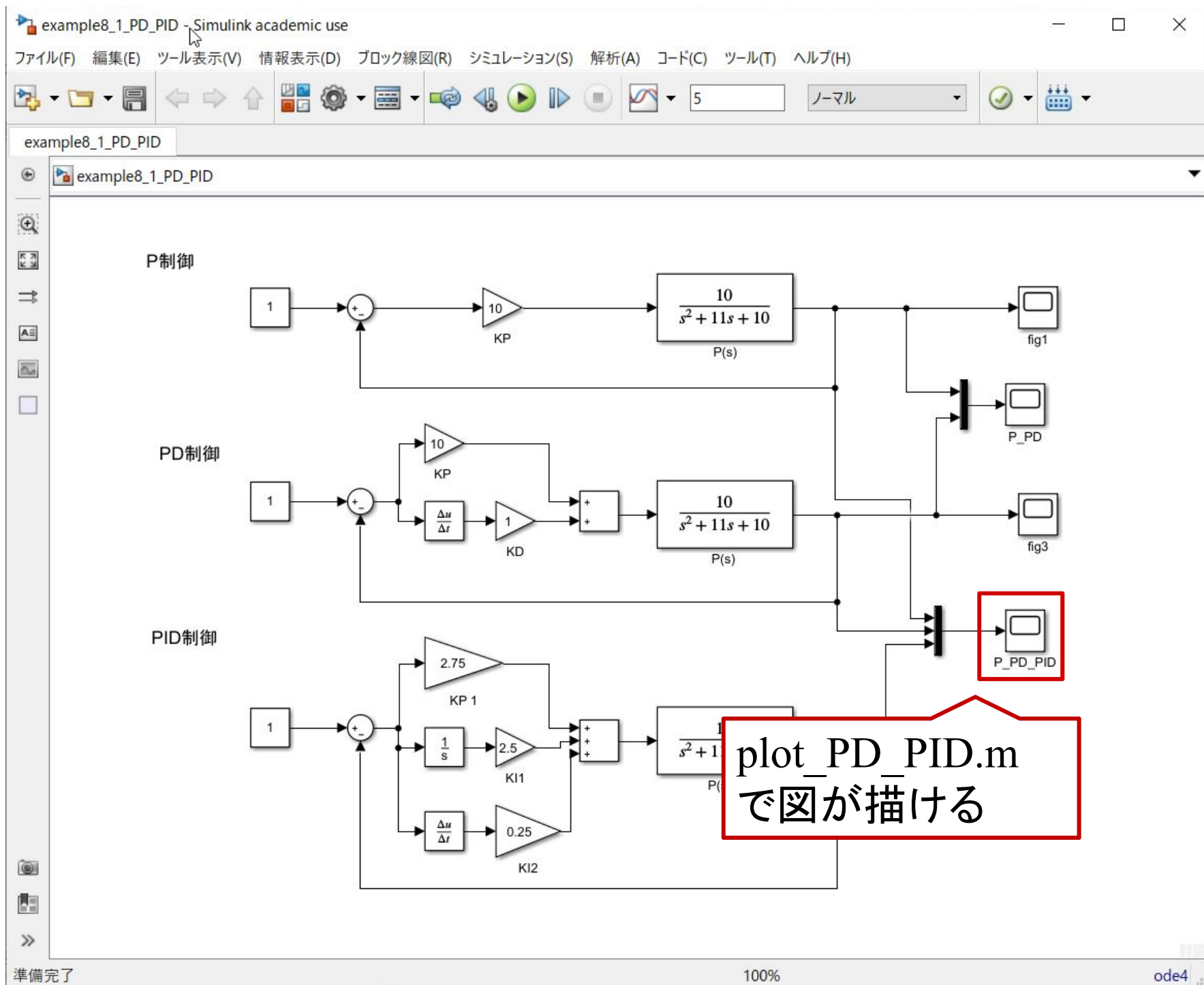


図8.7 開ループゲインと
ステップ応答

example8_1_PD_PID_2011b.mdl







ボード線図

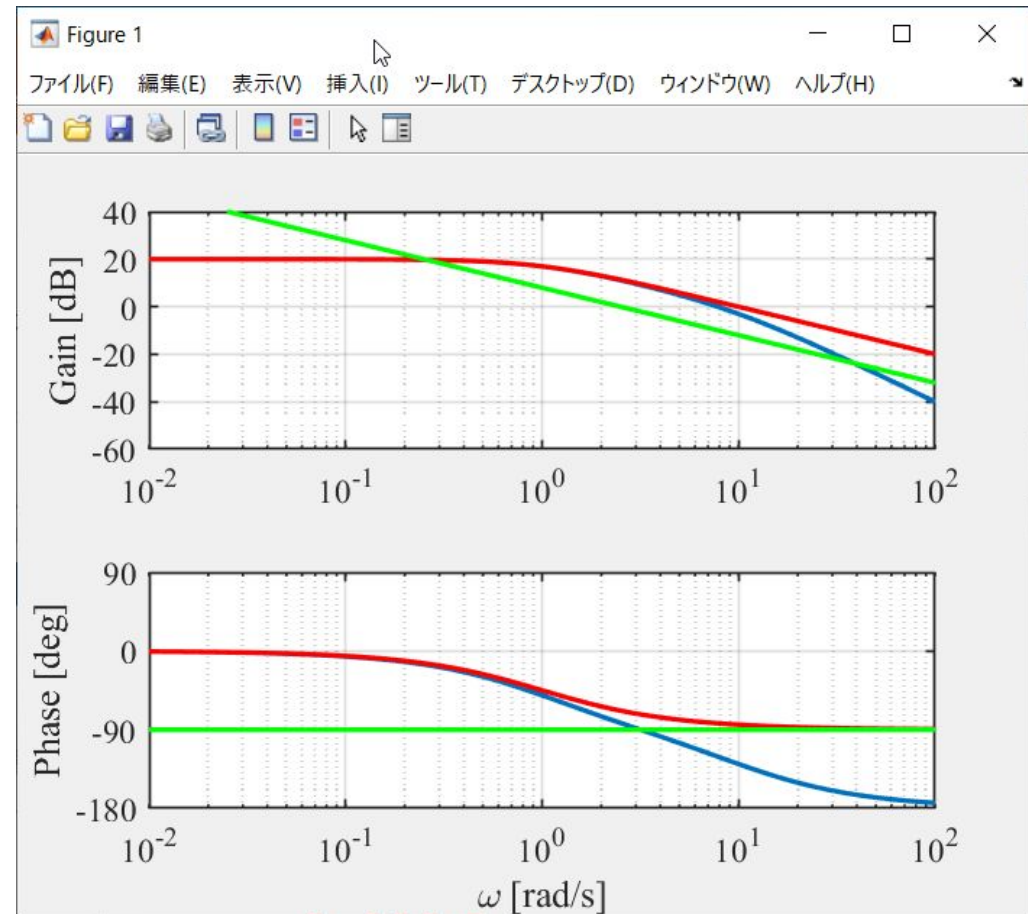
bode_ex8_1_P_PD_PID.m

```
close all
omega = logspace(-2, 2, 100);
P = tf([10], [1 11 10]);
KP = 10;
LP = P*KP;
[magLP, phaseLP] = bode(LP, omega);
magLP_db = 20*log10(magLP);

KPD = tf([1 10], [1]);
LPD = P*KPD;
[magLPD, phaseLPD] = bode(LP, omega);
magLPD_db = 20*log10(magLPD);

KPID = 1/4*tf([1 11 10], [1 0]);
LPID = P*KPID;
[magLPID, phaseLPID] = bode(LPID, omega);
magLPID_db = 20*log10(magLPID);
```

(続く)



```

figure(1)
subplot(2, 1, 1)
semilogx(omega, magLP_db(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, magLPD_db(:), 'r', 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, magLPID_db(:), 'g', 'Linewidth', 2)
grid on
ylabel('Gain [dB]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -60 40])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])

subplot(2, 1, 2)
semilogx(omega, phaseLP(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPD(:), 'r', 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPID(:), 'g', 'Linewidth', 2)
grid on
xlabel('ω [rad/s]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
ylabel('Phase [deg]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -180 90])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])
set(gca, 'ytick', [-180, -90, 0, 90])

```

[後期第2回レポート]

制御対象 $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)}$

report_PD_PID_2011b.mdl

bode_ex8_1_P_PD_PID.m

【問題1】

P制御 $K_P = 50$ のオーバシュートをなくすように, PD制御の K_D を設計して下記を答えよ。

$$K_{PD}(s) = 50 + K_D s$$

- (1) K_D
- (2) P制御とPD制御の応答波形
- (3) P制御とPD制御の開ループ伝達関数のボード線図
- (4) P制御とPD制御のゲイン交差周波数 ω_{gc}

制御対象 $P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)}$

report_PD_PID_2011b.mdl

bode_ex8_1_P_PD_PID.m

【問題2】

【問題1】の $K_P = 50$, K_D を用いて, オーバシュートがなく, かつ, 定常偏差が 0 になるコントローラ $K_{PID}(s)$ を設計して下記を答えよ。

$$K_{PID}(s) = 50 + K_D s + \frac{K_I}{s}$$

- (1) K_I
- (2) P制御, PD制御, PID制御の応答波形
- (3) P制御, PD制御, PID制御の開ループ伝達関数のボード線図
- (4) P制御, PD制御, PID制御のゲイン交差周波数 ω_{gc}

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : P(比例), I(積分), D(微分)

学習目標 : P補償, PI補償の有効性について理解し,
その設計を習得する。