第 8 章 :フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

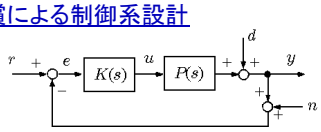
キーワード : ループ整形, 位相遅れ補償, 位相進み補償

学習目標 : ループ整形の考え方を理解する。位相遅れ補償, 位相進み補償による制御系設計を習得する。

1

8. フィードバック制御系の設計法
8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

ループ整形



感度関数 $S(s)$ を小さくする :(ノミナル)性能

- 低感度特性(パラメータ変動) : $\Delta_T = S\Delta_P$
- ⇒ 外乱抑制 : $y = Sd$ $\quad S(s) = \dfrac{1}{1+P(s)K(s)}$
- 目標値追従 : $e = Sr$ $\quad |W_1 S| < 1$

相補感度関数 $T(s)$ を小さくする :ロバスト安定性

- ⇒ ロバスト安定性 : $|W_2 T| < 1$ $\quad T(s) = \dfrac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)}$
- 雑音除去 : $y = -Tn$

2

拘束 $S(s) + T(s) = 1$ ⇒ 同時に 0 に近づけることは出来ない

周波数帯を分ける

- 低周波数帯: S を小さくする
- 高周波数帯: T を小さくする

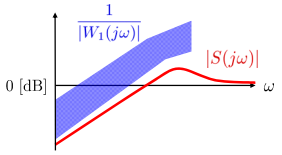


図7.14 感度関数とノミナル性能

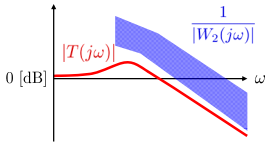


図7.11 相補感度関数とロバスト安定性

3

$S = \dfrac{1}{1+L}$ より, 低周波域で $|L|$ を大きく $(|L| \gg 1)$

⇒ S :小

$T = \dfrac{L}{1+L}$ より, 高周波域で $|L|$ を小さく $(|L| \ll 1)$

⇒ T :小

(閉ループ伝達関数から, 開ループ伝達関数へ)

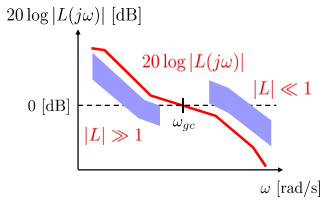


図8.9 ループ整形

4

位相遅れ補償

コントローラ

$$K(s) = K\frac{\alpha(Ts+1)}{\alpha Ts+1} \quad (\alpha > 1)$$

定常特性の改善

$+20\log\alpha$ [dB]

$(K(0) = \alpha K,\ K(\infty) = K)$

ゲイン

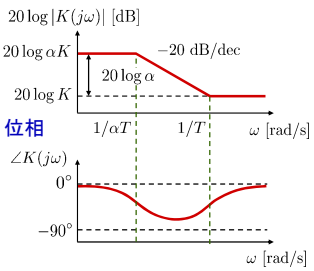
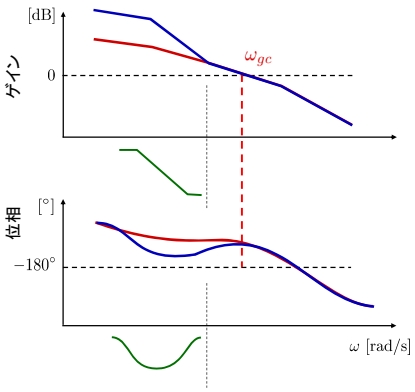


図8.10 位相遅れ補償のボード線図

[注] 位相遅れ:(安定性の劣化の原因)

➡ 折点角周波数 $1/T$ を適切に

5



6

位相遅れ補償とPI制御の違い

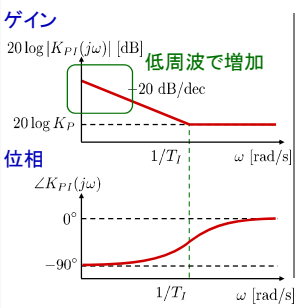


図8.3 PI 補償のボード線図

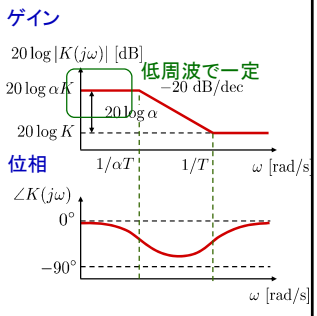


図8.10 位相遅れ補償のボード線図

7

位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \quad (\alpha < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み $\frac{1}{T} < \omega < \frac{1}{\alpha T}$

［注］高周波ゲイン→大

➡ ノイズ増幅
ロバスト安定性の劣化

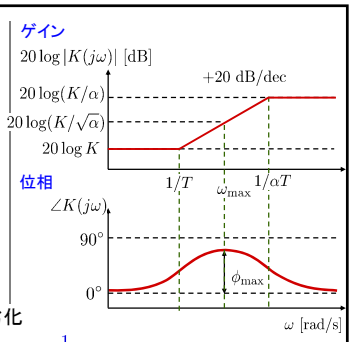


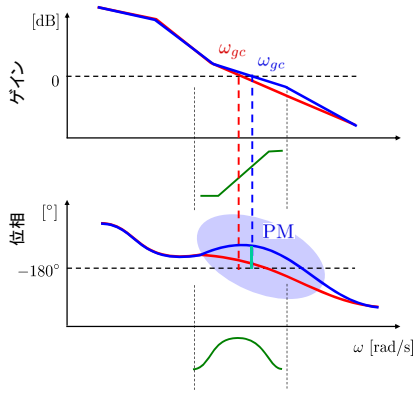
図8.13 位相進み補償のボード線図

位相が最も進む角周波数 $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$

位相進みの最大値 $\sin\phi_{\max} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1-\sin\phi_{\max}}{1+\sin\phi_{\max}}$

8章演習問題[4]

8



9

位相進み−遅れ補償

$$K(s) = K\underbrace{\left(\frac{T_1 s+1}{\alpha_1 T_1 s+1}\right)}_{\text{位相進み}}\underbrace{\left(\frac{\alpha_2(T_2 s+1)}{\alpha_2 T_2 s+1}\right)}_{\text{位相遅れ}} \quad (\alpha_1 < 1,\ \alpha_2 > 1)$$

［注］多段にしても良い

定常特性・過渡特性の改善

$+20\log\alpha_2$ [dB]

位相進み: $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$

［注］位相遅れ, 高周波ゲイン

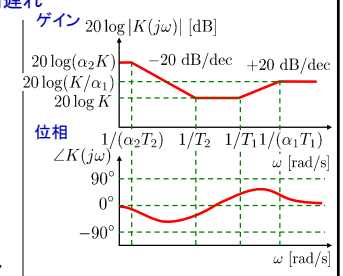
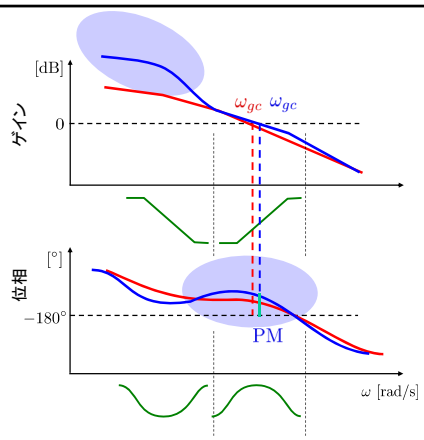


図 8.16 位相進み−遅れ補償のボード線図

10

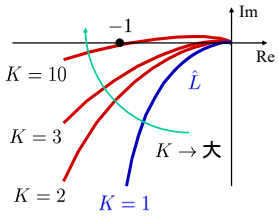


11

ベクトル軌跡で見る位相進み補償

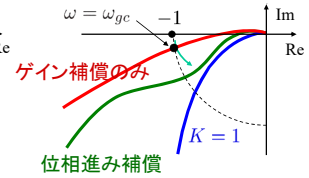
制御対象 $P(s)$

$\hat{L} = PK$　　K :ゲイン補償



位相進み補償

位相余裕を増加させる

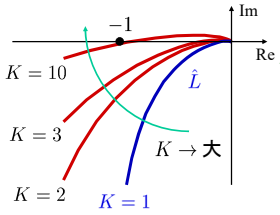


12

ベクトル軌跡で見る位相遅れ補償

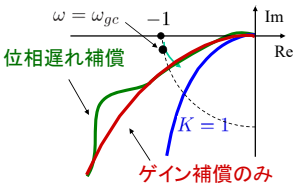
制御対象 $P(s)$

$\hat{L} = PK$　　K : ゲイン補償



位相遅れ補償

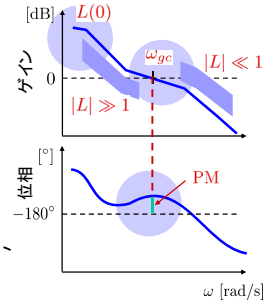
ゲインを増加させるために
安定性に関係ない低周波で
位相を遅らせる



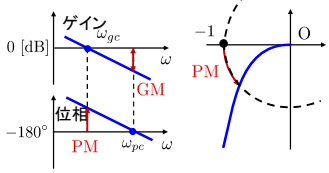
13

【Key Points】

- 定常特性：
  低周波ゲイン $L(0)$ を大きくとる
- 速応性：
  ゲイン交差周波数 ω_{gc} を高くする
- 減衰特性：
  位相余裕 PM を確保する



［復習］位相余裕



14

【Key Points】

（交差周波数付近）

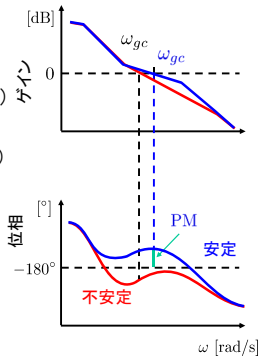
ゲインの傾きが急（−40 dB/dec 以下）

➡ • ゲインと位相の関係　（sec. 5.4）
• 最小位相系

好ましくない位相遅れ

$\begin{pmatrix} -20\ \mathrm{dB/dec} \to -90^\circ \\ -40\ \mathrm{dB/dec} \to -180^\circ \end{pmatrix}$ 不安定

緩やかなゲインの傾き（ −20 dB/dec ）



15

【Key Points】

（低周波域）

開ループゲイン $|L|$ を大きく

➡

偏差定数 K_p, K_v が大

定常偏差 : 小 $\dfrac{1}{1+K_p}$, $\dfrac{1}{K_v}$

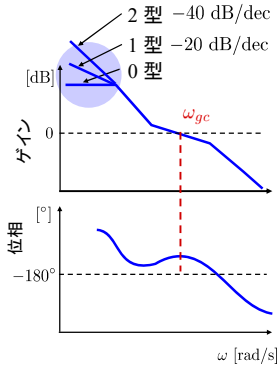
目標値

ステップ状 → 1型（$1/s$ を含む）

➡ −20 dB/dec

ランプ状 → 2型（$1/s^2$ を含む）

➡ −40 dB/dec



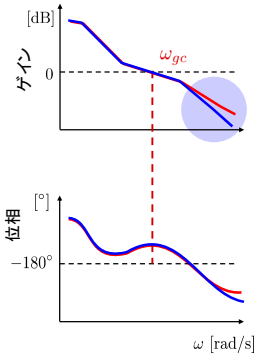
16

【Key Points】

（高周波域）

ロール・オフ特性 :

−40 ∼ −60 dB/dec 以下



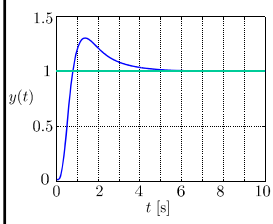
17

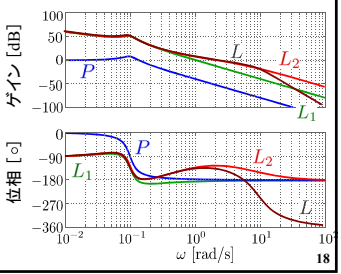
付録

［ 例 8.5 ］ ロール・オフ フィルタ

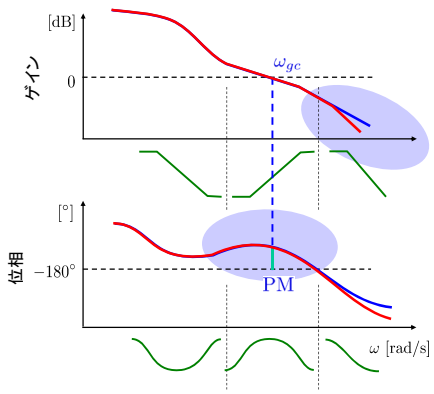
$$K(s) = K_{LL}(s) \times \underbrace{\frac{10}{s^2+10s+100}}_{\text{ロール・オフ特性}} = \frac{143000(s+0.1)(s+0.53)}{s(s+7.52)(s^2+10s+100)}$$

$L = PK$





18



19

実際の制御対象:

$$\tilde{P}(s) = \frac{0.01}{s^2 + 0.04s + 0.01} \cdot \underbrace{\frac{15^2}{s^2 + 2 \times 0.01 \times 15s + 15^2}}_{\text{振動モード}}$$

a) 位相進み－遅れ補償: K_{LL}

$$K_{LL}(s) = \frac{1430(s+0.1)(s+0.53)}{s(s+7.52)}$$

b) ロール・オフ特性を有する
位相進み－遅れ補償: K

$$K(s) = K_{LL}(s) \times \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$$

20

第 8 章 :フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相遅れ補償,
位相進み補償

学習目標 : ループ整形の考え方を理解する。位相遅れ補償, 位相進み補償による制御系設計を習得する。

21