

第8章：フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計 [in situ]

キーワード：ループ整形，位相遅れ補償，

学習目標：位相遅れ補償による制御系設計を習得する。

1

位相遅れ補償

コントローラ

$$K(s) = K_2 \frac{\alpha_2(T_2 s + 1)}{\alpha_2 T_2 s + 1} \quad (\alpha_2 > 1)$$

定常特性の改善

$$+20 \log \alpha_2 \text{ [dB]} \\ (K(0) = \alpha_2 K_2, K(\infty) = K_2)$$

ゲイン

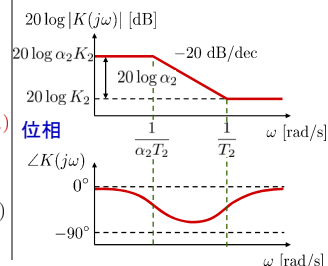
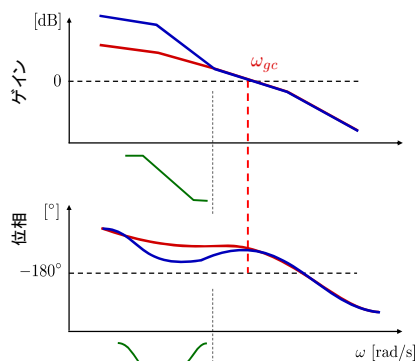


図8.10 位相遅れ補償のボード線図

[注] 位相遅れ：(安定性の劣化の原因)

➡ 折点角周波数 $1/T_2$ を適切に

2



3

位相遅れ補償とPI制御の違い

ゲイン

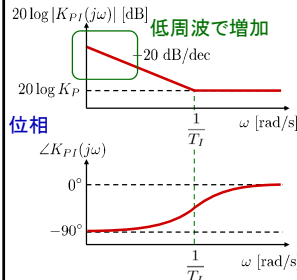


図8.3 PI 補償のボード線図

ゲイン

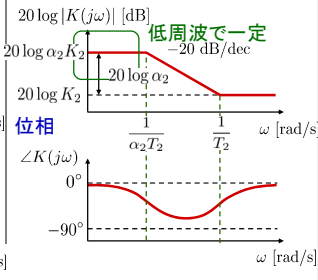


図8.10 位相遅れ補償のボード線図

4

位相遅れ補償の設計手順

[ステップ1] 位相余裕やゲイン交差周波数に着目し，望ましい過渡応答特性が得られるようにゲイン補償 K_2 を決める。[ステップ2] [ステップ1]の K_2 を用いて開ループ伝達関数のボード線図を描き，その低周波ゲインを評価する。[ステップ3] 低周波ゲインが $+20 \log \alpha_2$ [dB] 上がることを考慮し，定常特性に関する仕様を満たすようにパラメータ α_2 の値を定める。[ステップ4] 位相遅れにより安定性が劣化しないように，折点角周波数 $\omega = \frac{1}{T_2}$ をゲイン交差周波数より 1dec 程度下になるように選ぶ。もうひとつの折点角周波数を $\omega = \frac{1}{\alpha_2 T_2}$ と定める。[ステップ5] 以上で設計パラメータ K_2, α_2, T_2 が定められたので，位相遅れ補償を構成する。

5

[例 8.3]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

速度偏差定数(定常特性) $K_v \geq 10$
位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40^\circ$ [ステップ1] 位相余裕やゲイン交差周波数に着目し，望ましい過渡応答特性が得られるようにゲイン補償 K_2 を決める。

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} \approx 0.8 \text{ [rad/s]}$$

位相余裕

$$PM = 47^\circ$$

 $PM \geq 40^\circ$ を満たす

OK

$$\rightarrow K_2 = 1$$

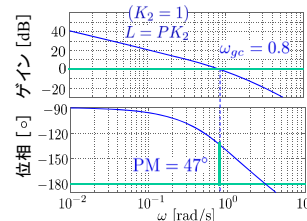


図8.11 位相遅れ補償と開ループ特性

6

[ステップ2] [ステップ1]の K_2 を用いて開ループ伝達関数のボード線図を描き、その低周波ゲインを評価する。

開ループ伝達関数

$$L' = PK_2 = \frac{10}{s(s+1)(s+10)} \quad (K_2 = 1)$$

速度偏差定数

$$K_v' = \lim_{s \rightarrow 0} sL'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10}{(s+1)(s+10)} = 1$$

性能仕様は $K_v \geq 10$

低周波ゲイン10倍以上必要

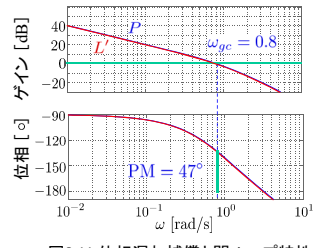


図8.11 位相遅れ補償と開ループ特性

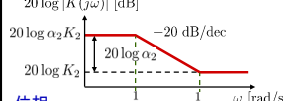
[ステップ3] 低周波ゲインが $+20 \log \alpha_2$ [dB] 上がることを考慮し、定常特性に関する仕様を満たすようにパラメータ α_2 の値を定める。

低周波ゲイン10倍で

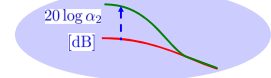
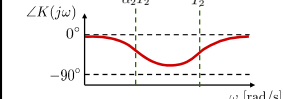
速度偏差定数 $K_v = 10$

$\alpha_2 = 10$

ゲイン



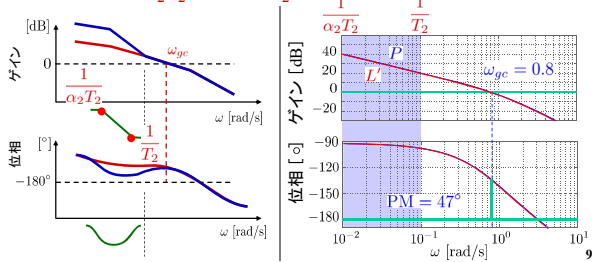
位相



[ステップ4] 位相遅れにより安定性が劣化しないように、折点角周波数 $\omega = \frac{1}{T_2}$ をゲイン交差周波数より 1dec 程度下になるように選ぶ。もうひとつの折点角周波数を $\omega = \frac{1}{\alpha_2 T_2}$ と定める。

$T_2 = 10$ ($\omega = 0.1$) と選べば、ゲイン交差周波数 ω_{gc} より十分に小さい。

折点角周波数 $\frac{1}{\alpha_2 T_2} = 0.01$, $\frac{1}{T_2} = 0.1$



[ステップ5] 以上で設計パラメータ K_2 , α_2 , T_2 が定められたので、位相遅れ補償を構成する。

位相遅れ補償

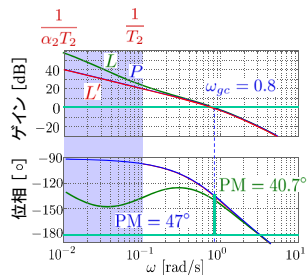
$$K(s) = K_2 \frac{\alpha_2(T_2 s + 1)}{\alpha_2 T_2 s + 1}$$

$$K_2 = 1, \alpha_2 = 10, T_2 = 10$$

$$K(s) = 1 \cdot \frac{10(10s + 1)}{10 \cdot 10s + 1} = \frac{s + 0.1}{s + 0.01}$$

ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 0.8$

位相余裕 $PM \geq 40^\circ$



[CHECK]

性能仕様

速度偏差定数(定常特性) $K_v \geq 10$

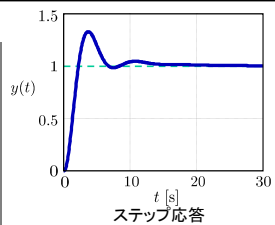
位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40$

$$L(s) = P(s)K(s) = \frac{10(s+0.1)}{s(s+0.01)(s+1)(s+10)}$$

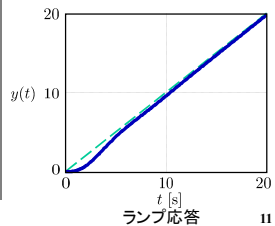
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = \frac{1}{0.1} = 10 \quad \text{OK}$$

$$PM \geq 40^\circ, \omega_{gc} \approx 0.8 \quad \text{OK}$$

ステップ応答, ランプ応答 OK



ステップ応答



ランプ応答

MATLAB演習

制御対象(モータ)

$$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

性能仕様

速度偏差定数(定常特性) $K_v \geq 20$

位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1] file8_1.m を実行

- $L(s) = P(s)K_2$, ($K_2 = 1$) のゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求め、位相余裕が性能を満たすように K_2 を設計せよ。
- 設計した K_2 のときのゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。

file8_1.m

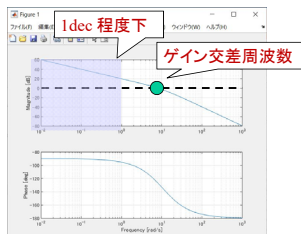
```
%
% 入力
K2 = 1; % 性能を満たすようにここ
% の数字を変える
```

[ステップ2][ステップ3]

- 速度偏差定数を求めて、性能を満たすために必要なゲインを求めて、 α_2 を答えよ。

[ステップ4]

- 折点角周波数 $\omega = \frac{1}{T_2}$ をゲイン交差周波数より 1dec 程度下になるようにするための T_2 を答えよ。

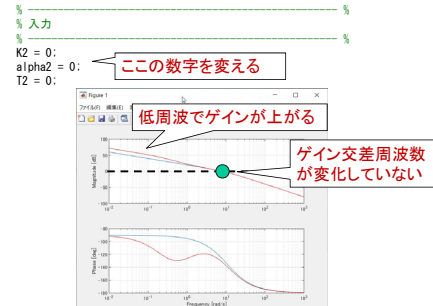


13

[ステップ5] file8_2.m を実行

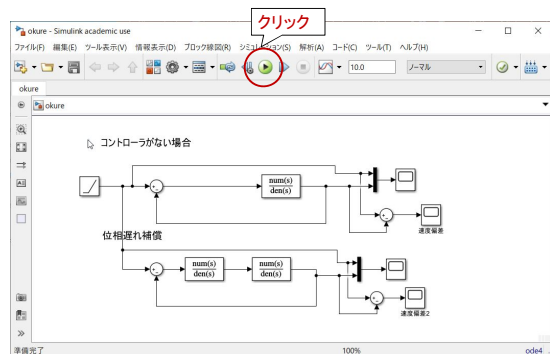
- 設計パラメータ K_2 , α_2 , T_2 を入れて、ゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。

file8_2.m

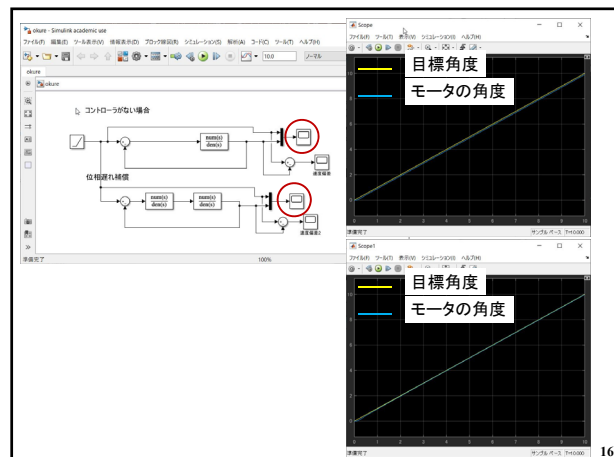


14

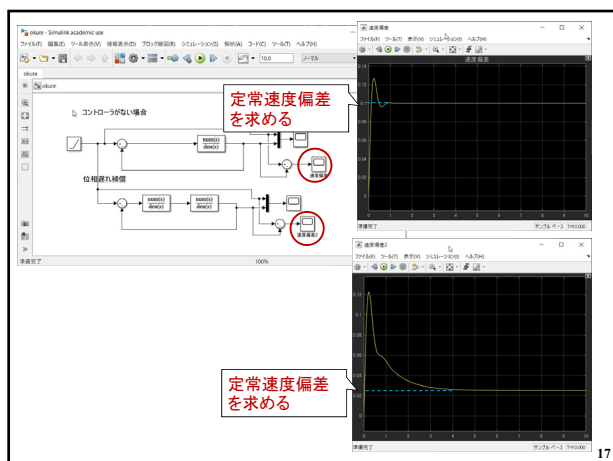
[CHECK] okure.mdl を開く



15



16



17

[図を描く]

dataplot.m を実行

18

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計 [in situ]

キーワード : ループ整形, 位相遅れ補償,

学習目標 : 位相遅れ補償による制御系設計を習得する。