

## 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

## 8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を  
習得する。

1

## 位相進み補償

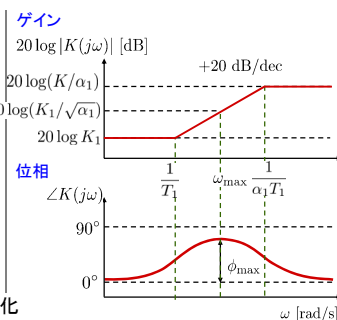
コントローラ

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \quad (\alpha_1 < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み  $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$ 

[注] 高周波ゲイン→大

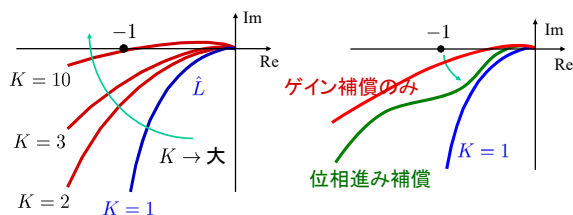
ノイズ増幅  
ロバスト安定性の劣化位相が最も進む角周波数  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$ 位相進みの最大値  $\sin \phi_{\max} = \frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ 図8.13 位相進み補償  
のボード線図  
8章演習問題[4]

## ベクトル軌跡で見る位相進み補償

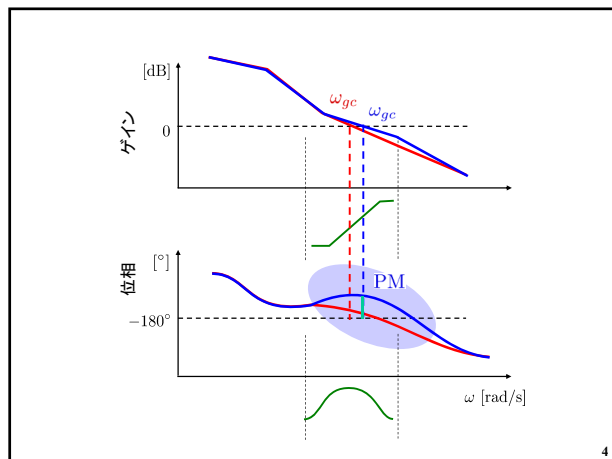
制御対象  $P(s)$  $\hat{L} = PK$   $K$ : ゲイン補償

位相進み補償

位相余裕を増加させる



3



4

## 位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,  
ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。[ステップ2] [ステップ1] の  $K_1$  を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$   
のボード線図を描き, その位相余裕  $\hat{P}M$  を評価する。与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $\hat{P}M$  との差  $\hat{\phi} = PM - \hat{P}M$   
が, 必要な位相進み量となる。これに適当な (例えば  $5^\circ$  以上) の余裕を考慮し,  
 $\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$  と定める。[ステップ3]  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から, パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

5

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で,  
ゲインが  $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$  倍に上がる。そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1}$  ( $= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$  [dB]) である角周波  
数を, 補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{\max}$  とおく。[ステップ5]  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$  から, パラメータ  $T_1$  の値を決める。このとき位相進み補償の折点角周波数は,  
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  となる。[ステップ6] 以上で設計パラメータ  $K_1, \alpha_1, T_1$  が定められたので, $K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$  から, 位相進み補償を構成する。

6

## [例 8.4]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)  $\omega_{gc} \geq 2$   
 位相余裕(減衰特性)  $PM \approx 40^\circ$

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,  
 ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。

ゲイン補償  $K_1 = 5$ 

開ループ伝達関数

$$\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$$

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} = 2.1 > 2$$

$\omega_{gc} \geq 2$  を満たす OK

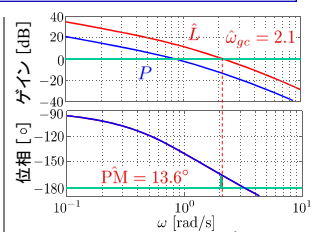


図8.14 開ループ特性 7

[ステップ2] [ステップ1]の  $K_1$  を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$ のボード線図を描き, その位相余裕  $P\hat{M}$  を評価する。与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $P\hat{M}$  との差  $\hat{\phi} = PM - P\hat{M}$ 

が, 必要な位相進み量となる。

これに適当な(例えば  $5^\circ$  以上)の余裕を考慮し,

$$\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上}) \text{ と定める。}$$

位相余裕  $P\hat{M} = 13.6^\circ$ 性能仕様は  $PM \approx 40^\circ$ 

$$\hat{\phi} = PM - P\hat{M} = 40 - 13.6 = 26.4^\circ$$

(必要な位相進み量)

$$\phi_{\max} = \hat{\phi} + 10^\circ = 36.4^\circ$$

(マージン)

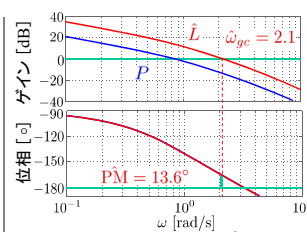


図8.14 開ループ特性 8

[ステップ3]  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から, パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

$$\phi_{\max} = 36.4^\circ$$

$$\alpha_1 = 0.255$$

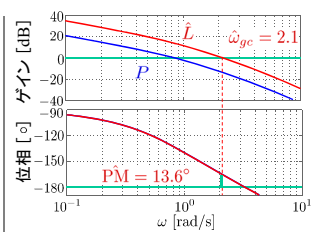


図8.14 開ループ特性 9

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で,  
 ゲインが  $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$  倍に上がる。

そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $20 \log \sqrt{\alpha_1}$  (dB) である角周波数を, 補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{\max}$  とおく。

$$|\hat{L}(j\omega_{\max})| = \sqrt{\alpha_1} = 0.505$$

に下がっている。

(後で 0 dB に上がる。)

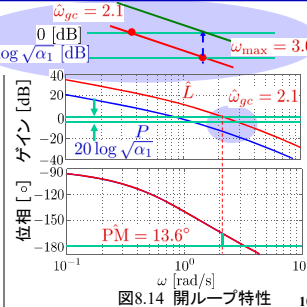
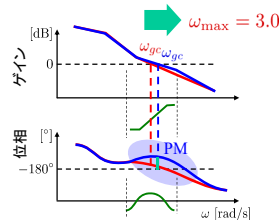


図8.14 開ループ特性 10

[ステップ5]  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$  から, パラメータ  $T_1$  の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は,

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \text{ となる。}$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{\max}}$$

$$\omega_{\max} = 3.0, \quad \alpha_1 = 0.255$$

$$T_1 = 0.660$$

折点角周波数

$$\frac{1}{T_1} = 1.52, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = 5.94$$

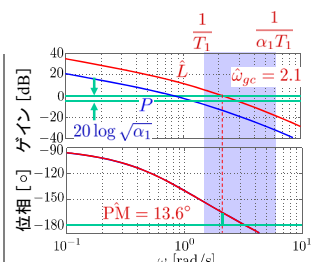


図8.14 開ループ特性 11

[ステップ6] 以上で設計パラメータ  $K_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $T_1$  が定められたので,

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \text{ から, 位相進み補償を構成する。}$$

位相進み補償

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$K_1 = 5, \quad \alpha_1 = 0.255, \quad T_1 = 0.660$$

$$K(s) = 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} = \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94}$$

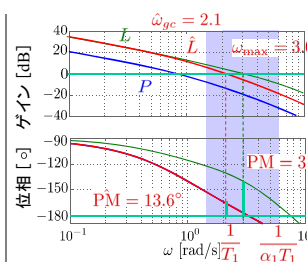
ゲイン交差周波数  $\omega_{gc} = 3.0$ 位相余裕  $PM = 38^\circ$ 

図8.14 開ループ特性 12

[CHECK]

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)

$$\omega_{gc} \geq 2$$

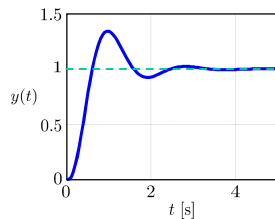
位相余裕(減衰特性)

$$PM \approx 40^\circ$$

$$\omega_{gc} = 3.0 (= \omega_{\max}) \text{ OK}$$

$$PM \approx 38^\circ \text{ OK}$$

ステップ応答 OK



13

MATLAB演習

制御対象(モータ)

$$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)  $\omega_{gc} \geq 20$

位相余裕(減衰特性)  $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1][ステップ2] file9\_1.m を実行

- 速応性が性能仕様  $\omega_{gc} \geq 20$  を満たすように  $K_1$  を設計せよ。
- 設計した  $K_1$  のときのゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕  $PM$  を求めよ。

file9\_1.m

```
% 入力
% K2 = 1;
% 性能を満たす K1 をここに入れる
```

14

[ステップ2]

- 性能仕様の位相余裕  $PM = 40^\circ$  と[ステップ1]で求めた  $PM$  との差  $\phi = PM - PM$  を答えよ。
- $\phi$  に適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し,  $\phi_{\max}$  を答えよ。

[ステップ3] file9\_2.m を実行

- $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から, パラメータ  $\alpha_1$  の値を答えよ。

```
% 入力
% phimax = 1;
% phi_max の値をここに入れる
```

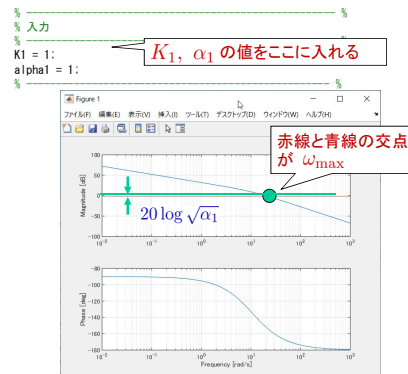
MATLABの画面で確認

```
alpha1 = xxxxxxx
% XXXX に値が出る
```

15

[ステップ4] file9\_3.m を実行

$|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1} (= 20 \log \sqrt{\alpha_1} \text{ [dB]})$  である角周波数  $\omega_{\max}$  を答えよ。



16

[ステップ5] file9\_4.m を実行

- $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{\max}}$  から, パラメータ  $T_1$  の値を求めよ。
- 折点角周波数  $\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}$ ,  $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  を求めよ。

```
% 入力
% omega_max = 1;
% alpha1 = 1;
% omega_max, alpha1 の値をここに入れる
```

MATLABの画面で確認

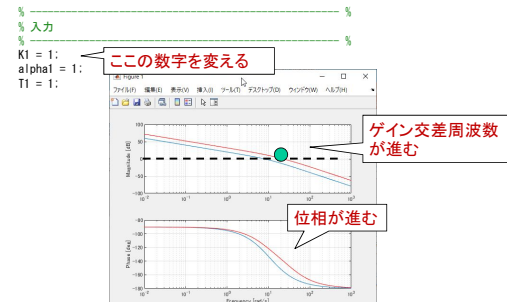
```
T1 = xxxxxxx
1/T1 = xxxxxxx
1/alpha1*T1 = xxxxx
% XXXX に値が出る
```

17

[ステップ6] file9\_5.m を実行

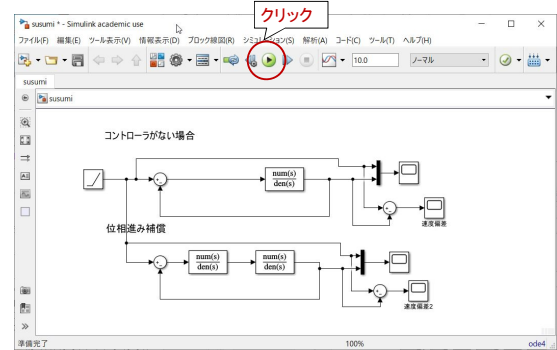
- 設計パラメータ  $K_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $T_1$  を入れて, ゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕  $PM$  を求めよ。

file8\_2.m



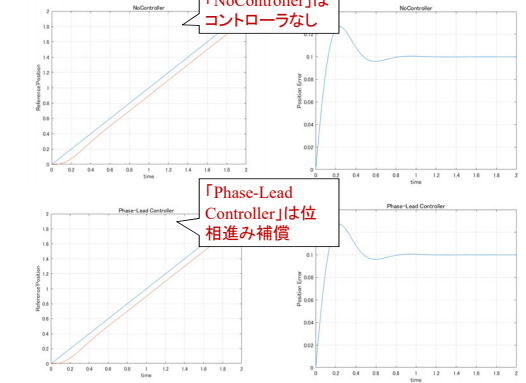
18

[CHECK] susumi.mdl を開く

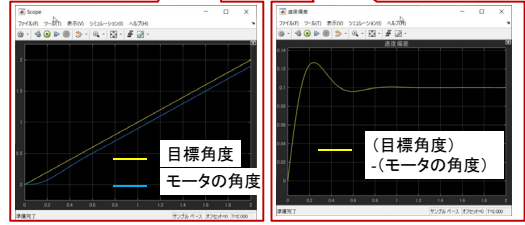
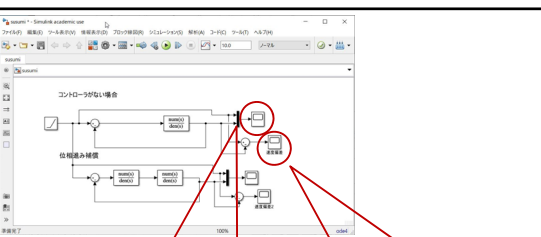


19

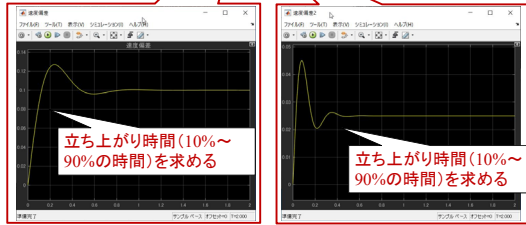
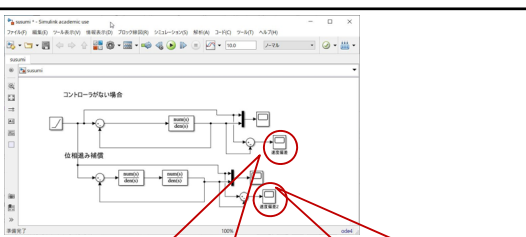
[CHECK] dataplot.m を実行



20



21



22

## 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

### 8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。

23