

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を
習得する。

位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \quad (\alpha_1 < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

$$\text{位相進み} \quad \frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$$

[注] 高周波ゲイン→大

➡ ノイズ増幅
ロバスト安定性の劣化

位相が最も進む角周波数 $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$

$$\text{位相進みの最大値} \quad \sin \phi_{\max} = \frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

ゲイン

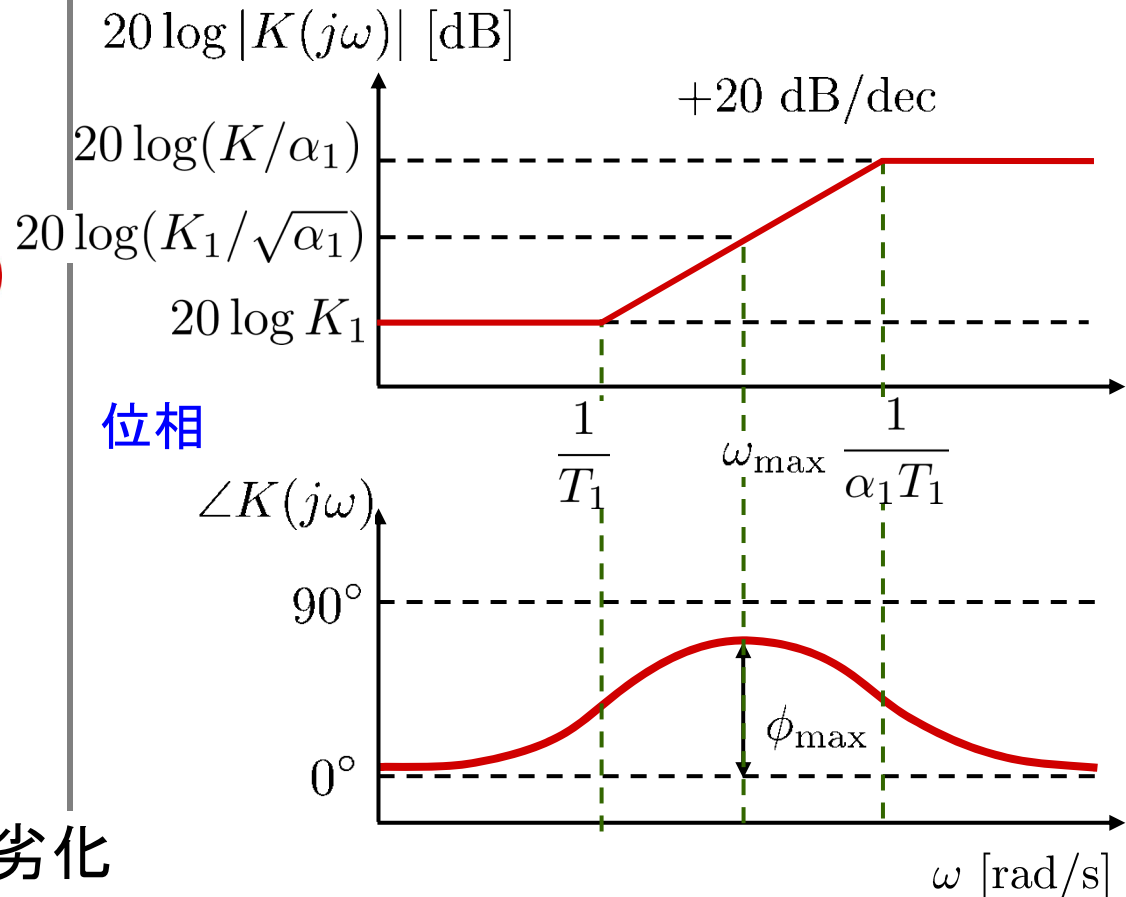
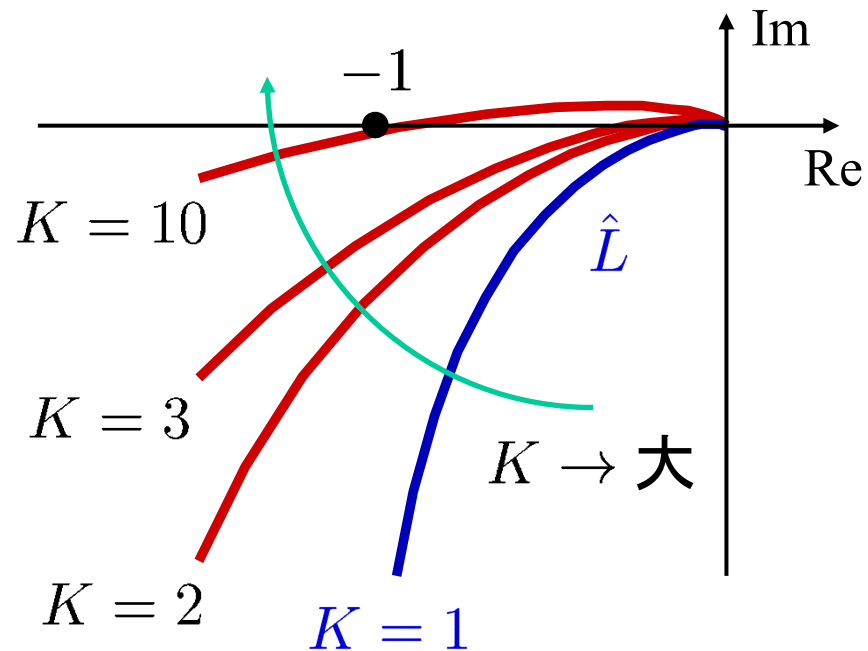


図8.13 位相進み補償
のボード線図

ベクトル軌跡で見る位相進み補償

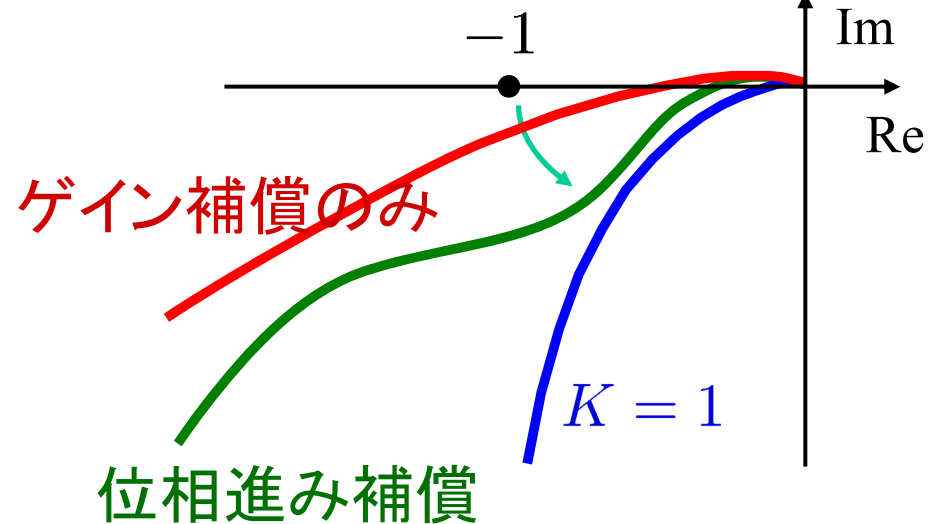
制御対象 $P(s)$

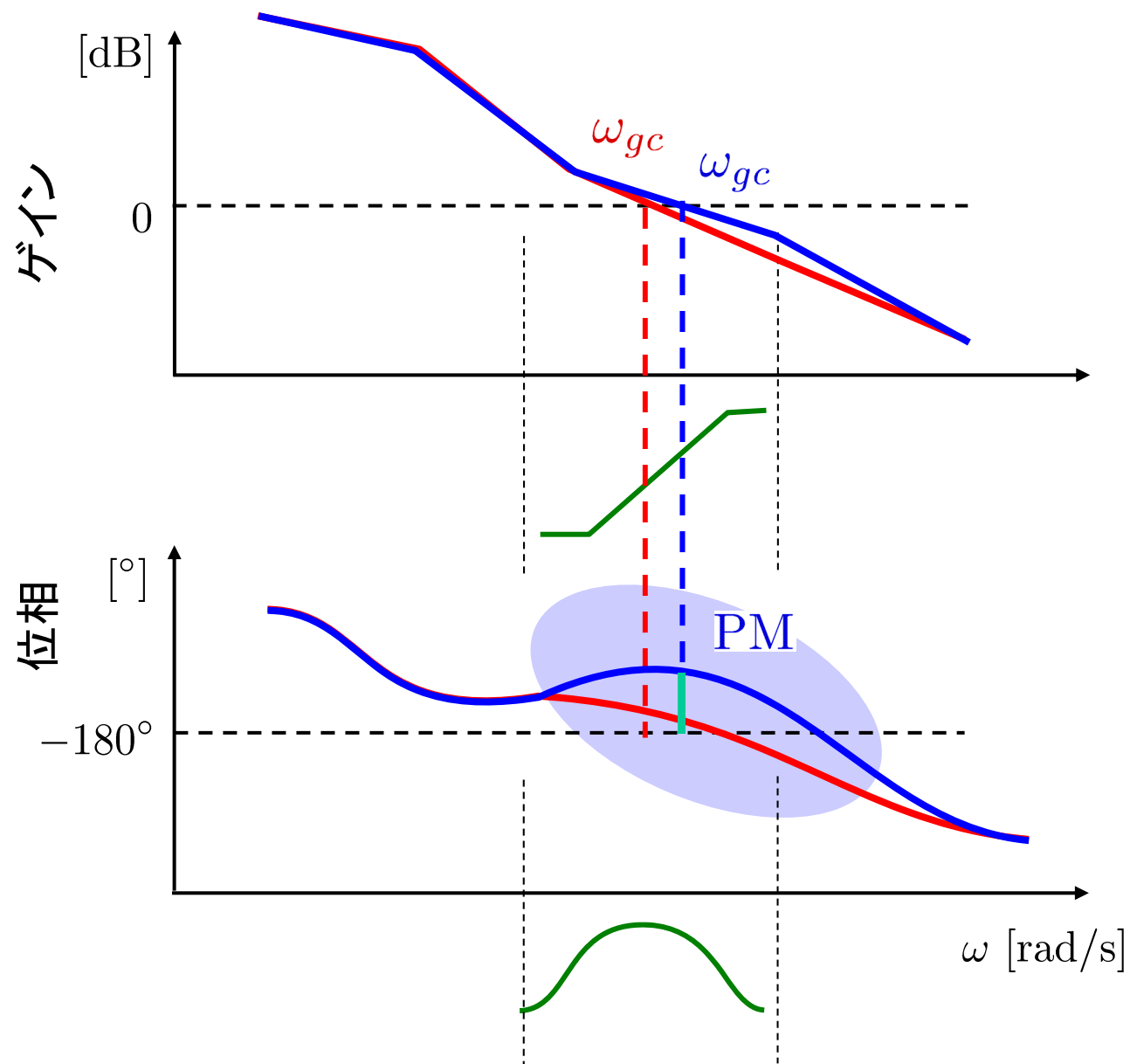
$\hat{L} = PK$ K : ゲイン補償



位相進み補償

位相余裕を増加させる





位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,
ゲイン補償 K_1 の値を決める。

[ステップ2] [ステップ1]の K_1 を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$
のボード線図を描き, その位相余裕 $\hat{P}M$ を評価する。

与えられた位相余裕 PM とこの $\hat{P}M$ との差 $\hat{\phi} = PM - \hat{P}M$
が, 必要な位相進み量となる。

これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し,
 $\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$ と定める。

[ステップ3] $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から, パラメータ α_1 の値を決める。

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、
ゲインが $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$ 倍に上がる。

そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数 ω_{\max} とおく。

[ステップ5] $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$ から、パラメータ T_1 の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は、
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}$, $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}}$ となる。

[ステップ6] 以上で設計パラメータ K_1 , α_1 , T_1 が定められたので、

$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$ から、位相進み補償を構成する。

[例 8.4]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性) $\omega_{gc} \geq 2$

位相余裕(減衰特性) $PM \approx 40^\circ$

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように,
ゲイン補償 K_1 の値を決める。

ゲイン補償 $K_1 = 5$

開ループ伝達関数

$$\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$$

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} = 2.1 > 2$$

$\omega_{gc} \geq 2$ を満たす OK

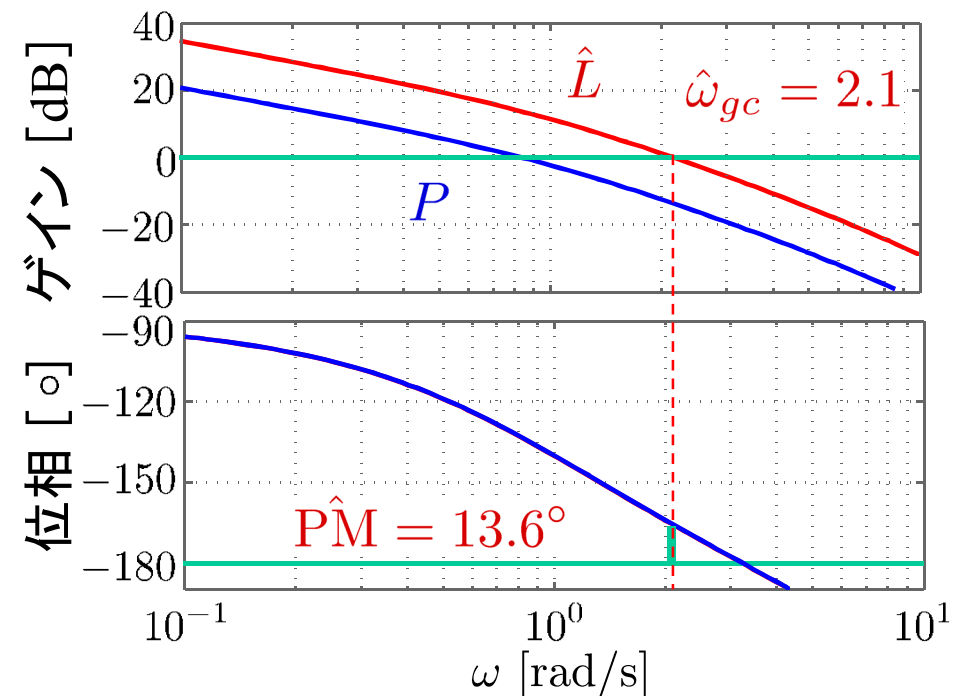


図8.14 開ループ特性

[ステップ2] [ステップ1]の K_1 を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$ のボード線図を描き, その位相余裕 $\hat{P}M$ を評価する。
 与えられた位相余裕 PM とこの $\hat{P}M$ との差 $\hat{\phi} = PM - \hat{P}M$ が, 必要な位相進み量となる。
 これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し,
 $\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$ と定める。

位相余裕 $\hat{P}M = 13.6^\circ$

性能仕様は $PM \approx 40^\circ$

➡ $\hat{\phi} = PM - \hat{P}M$
 $= 40 - 13.6 = \underline{26.4^\circ}$
 (必要な位相進み量)

➡ $\phi_{\max} = \hat{\phi} + \underline{10^\circ} = 36.4^\circ$
 (マージン)

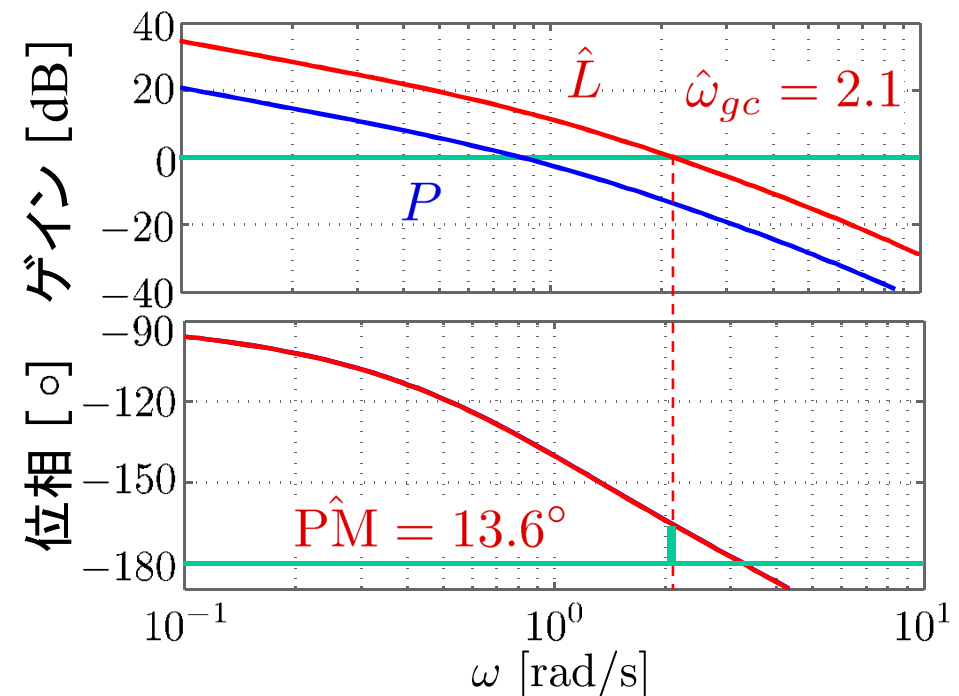


図8.14 開ループ特性

[ステップ3] $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から, パラメータ α_1 の値を決める。

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

$$\phi_{\max} = 36.4^\circ$$

➡ $\alpha_1 = 0.255$

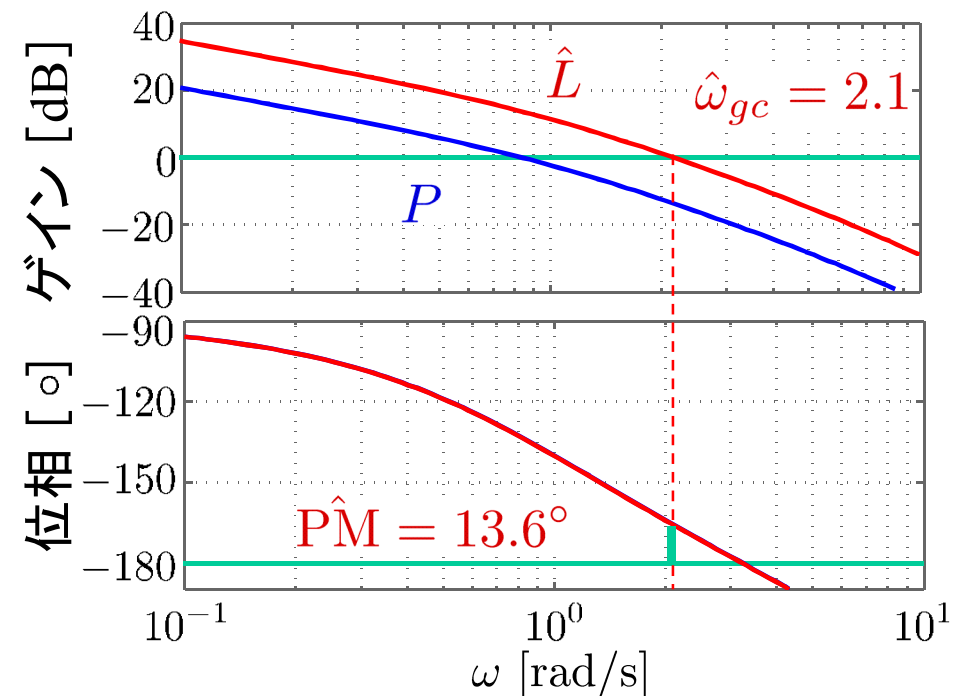


図8.14 開ループ特性

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、
 ゲインが $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$ 倍に上がる。
 そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数
 を、補償後の新しいゲイン交差周波数 ω_{\max} とおく。

$$|\hat{L}(j\omega_{\max})| = \sqrt{\alpha_1} = 0.505$$

に下がっている。
 (後で 0 dB に上がる。)

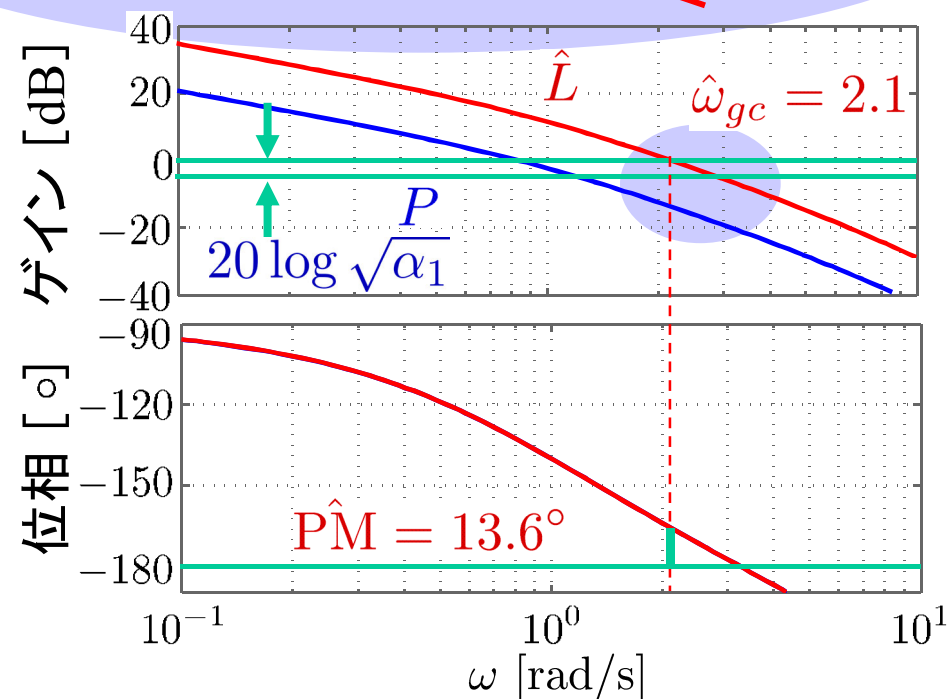
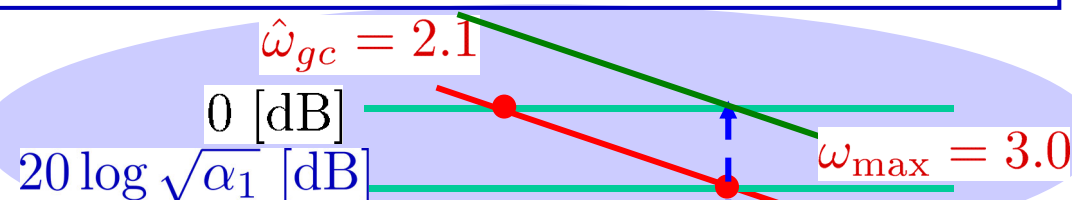
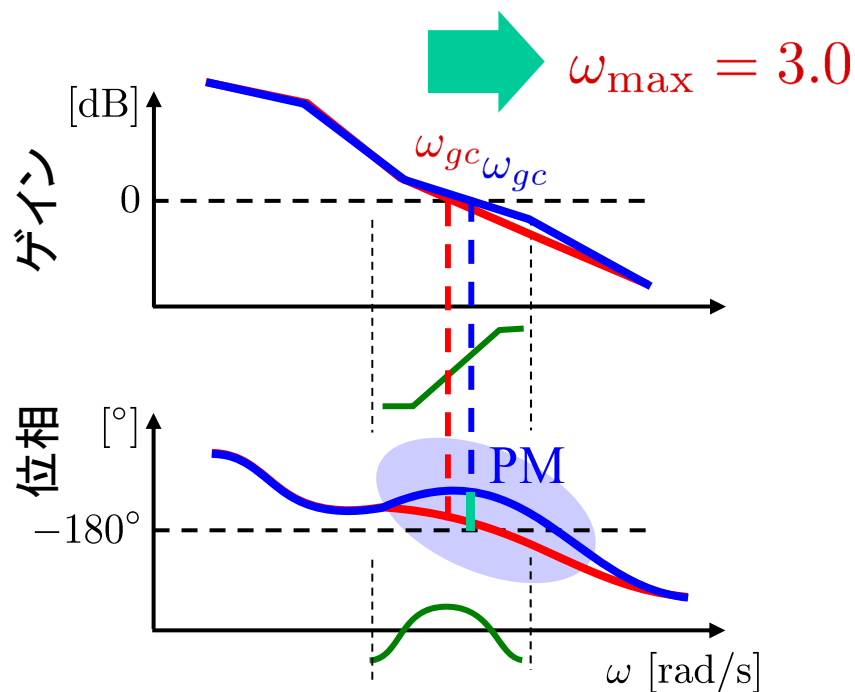


図8.14 開ループ特性

[ステップ5] $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}T_1}$ から, パラメータ T_1 の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は,

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \text{ となる。}$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}\omega_{\max}}$$

$$\omega_{\max} = 3.0, \quad \alpha_1 = 0.255$$

➡ $T_1 = 0.660$

折点角周波数

$$\frac{1}{T_1} = 1.52, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = 5.94$$

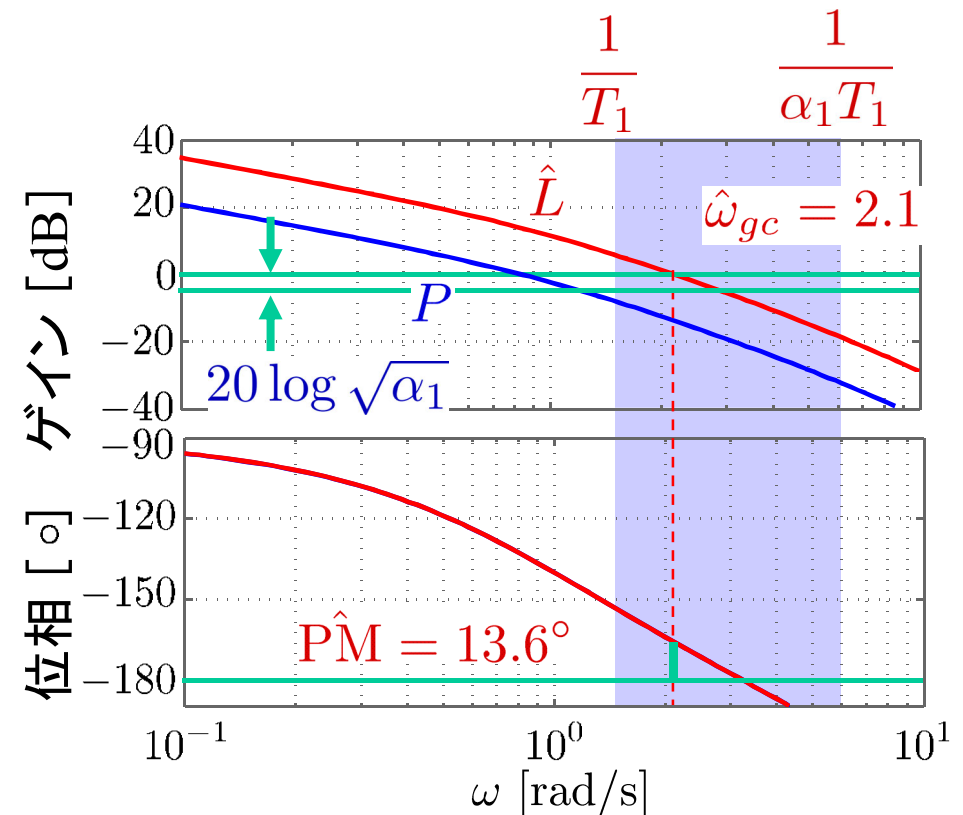


図8.14 開ループ特性

[ステップ6] 以上で設計パラメータ K_1 , α_1 , T_1 が定められたので,

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \text{ から, 位相進み補償を構成する。}$$

位相進み補償

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$K_1 = 5, \alpha_1 = 0.255, T_1 = 0.660$$

$$\begin{aligned} K(s) &= 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} \\ &= \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94} \end{aligned}$$

ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 3.0$

位相余裕 $PM = 38^\circ$

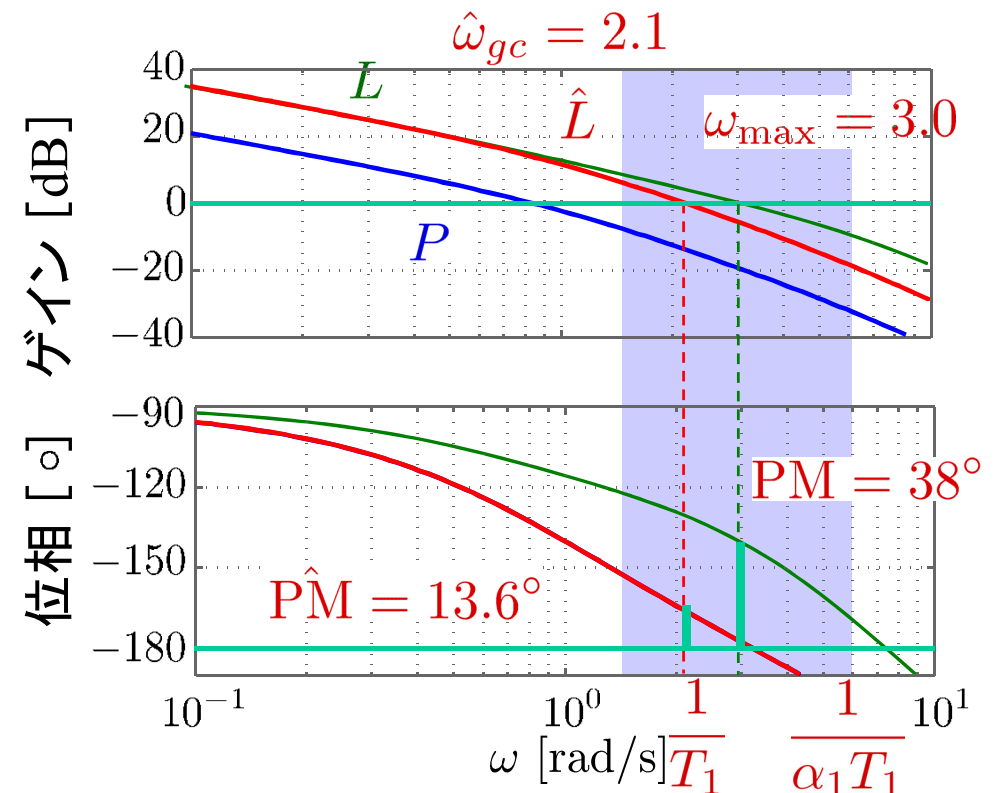


図8.14 開ループ特性

[CHECK]

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)

$$\omega_{gc} \geq 2$$

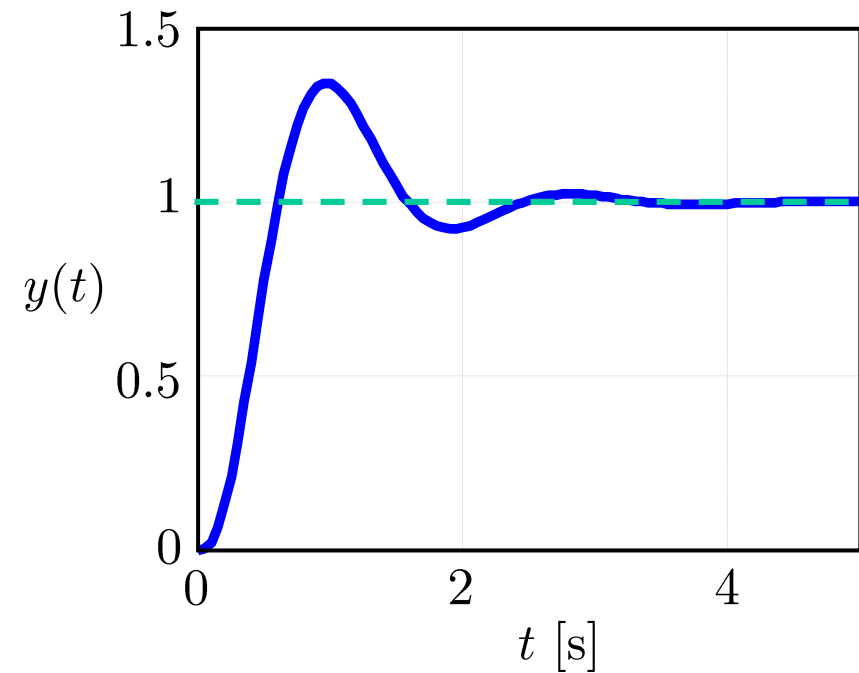
位相余裕(減衰特性)

$$PM \approx 40^\circ$$

$$\omega_{gc} = 3.0(= \omega_{\max}) \text{ OK}$$

$$PM \simeq 38^\circ \text{ OK}$$

ステップ応答 OK



MATLAB演習

制御対象(モータ)

$$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

性能仕様


ゲイン交差周波数(速応性) $\omega_{gc} \geq 20$

位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1][ステップ2] file9_1.m を実行

- 速応性が性能仕様 $\omega_{gc} \geq 20$ を満たすように K_1 を設計せよ。
- 設計した K_1 のときのゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。

file9_1.m

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
K2 = 1;  性能を満たす  $K_1$  をここに入れる  
% ----- %
```

[ステップ2]

- 性能仕様の位相余裕 $PM = 40^\circ$ と[ステップ1]で求めた $P\hat{M}$ との差 $\hat{\phi} = PM - P\hat{M}$ を答えよ。
- $\hat{\phi}$ に適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し, ϕ_{\max} を答えよ。

[ステップ3] file9_2.m を実行

- $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から, パラメータ α_1 の値を答えよ。

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
phimax = 1;  
% ----- %
```

ϕ_{\max} の値をここに入れる



MATLABの画面で確認

```
-----  
alpha1 = xxxxxxx  
-----
```

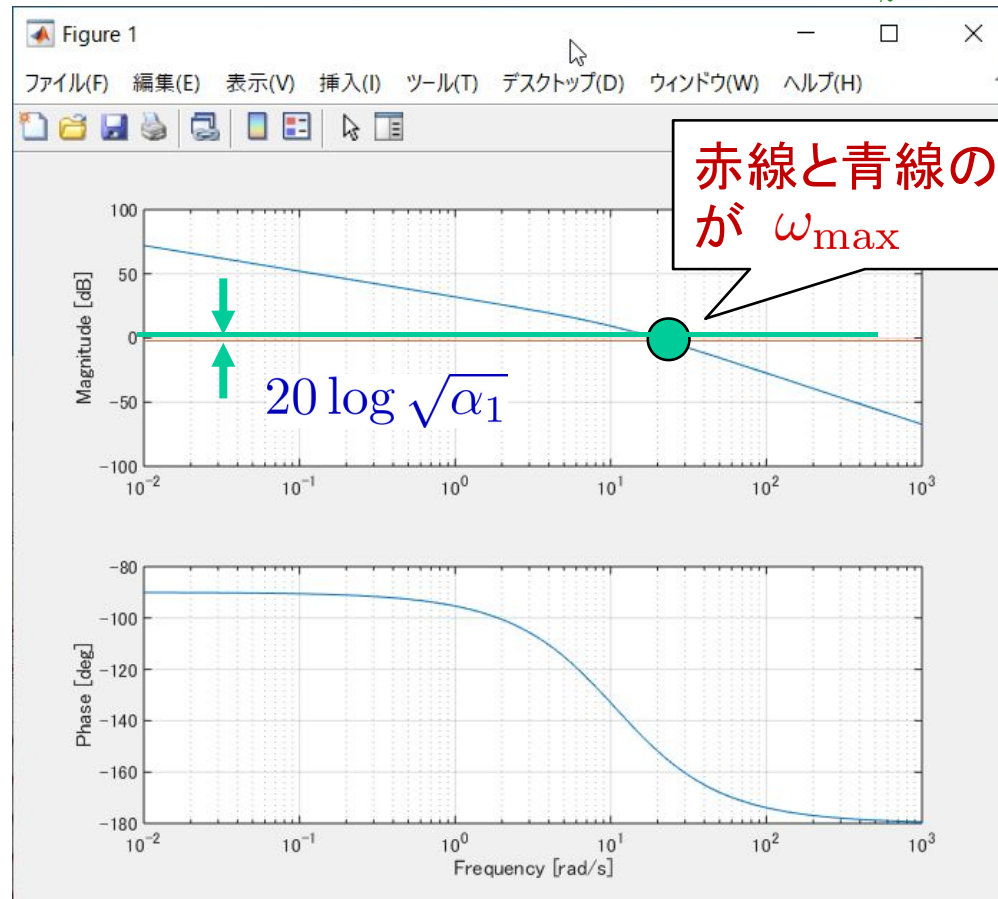
Xxxx に値が出る

[ステップ4] file9_3.m を実行

$|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数 ω_{\max} を答えよ。

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
K1 = 1;  
alpha1 = 1;  
% ----- %
```

K_1, α_1 の値をここに入れる



[ステップ5] file9_4.m を実行

- $$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{\max}}$$

から, **パラメータ T_1 の値を求めよ。**

- 折点角周波数

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \quad \text{を求めよ。}$$

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
omega_max = 1;  
alpha1 = 1;  
% ----- %
```

ω_{\max} , α_1 の値をここに入れる



MATLABの画面で確認

```
-----  
T1 = xxxxxx  
1/T1 = xxxxxx  
1/alpha1*T1 = xxxx  
-----
```

Xxxx に値が出る

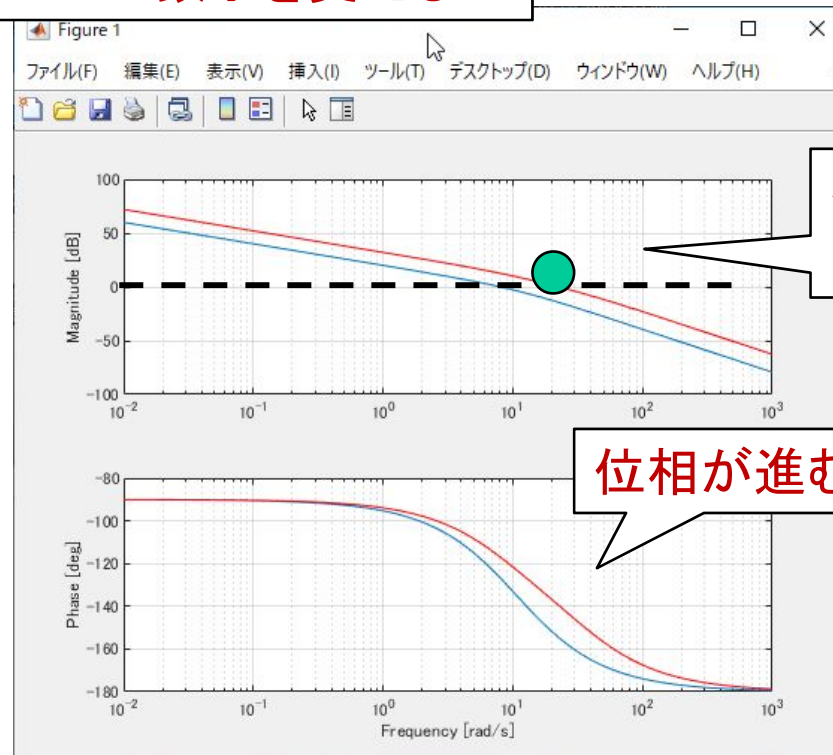
[ステップ6] file9_5.m を実行

- 設計パラメータ K_1 , α_1 , T_1 を入れて, **ゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。**

file8_2.m

```
% ----- %  
% 入力 ----- %  
K1 = 1;  
alpha1 = 1;  
T1 = 1;
```

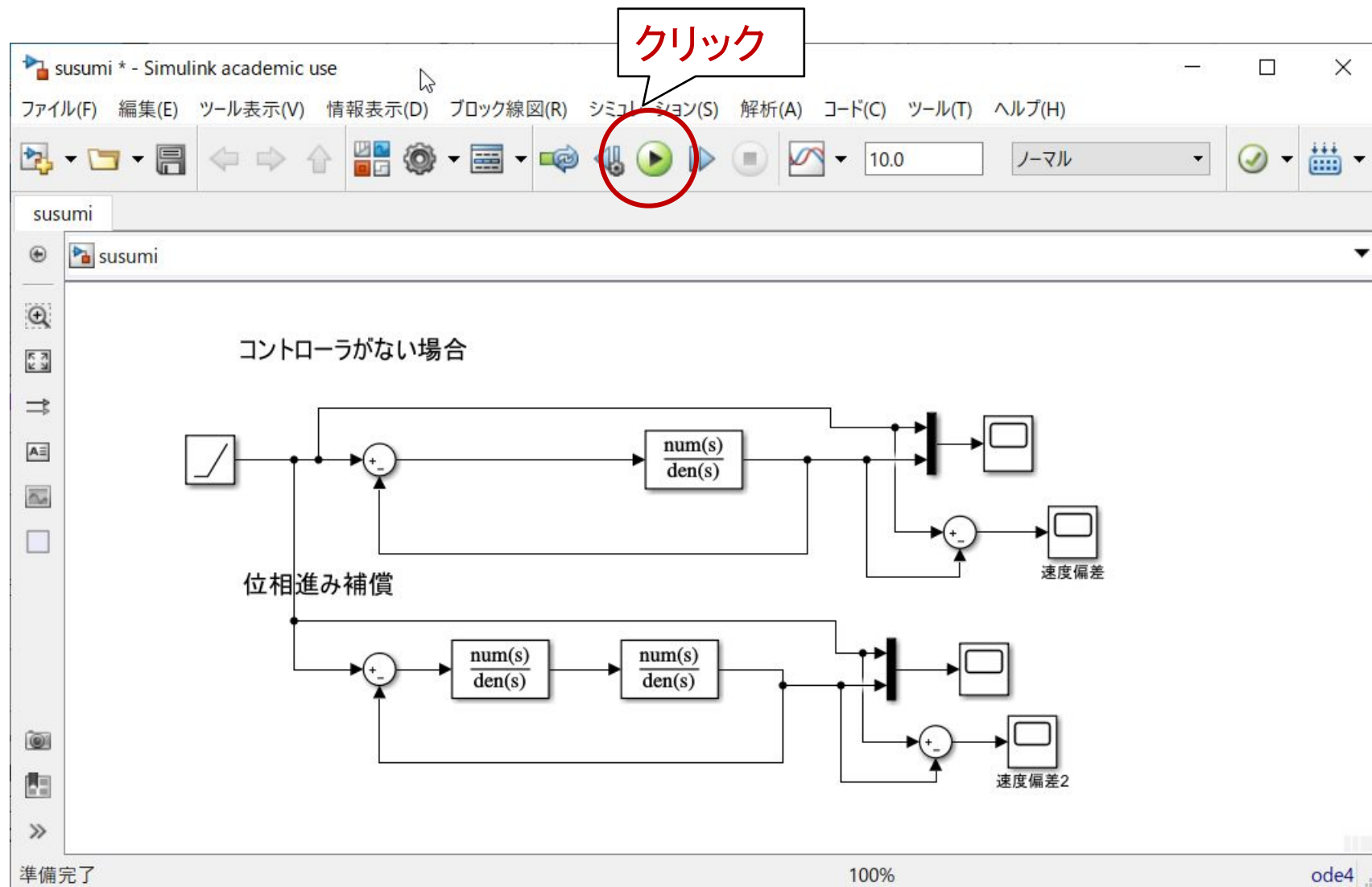
ここの数字を変える



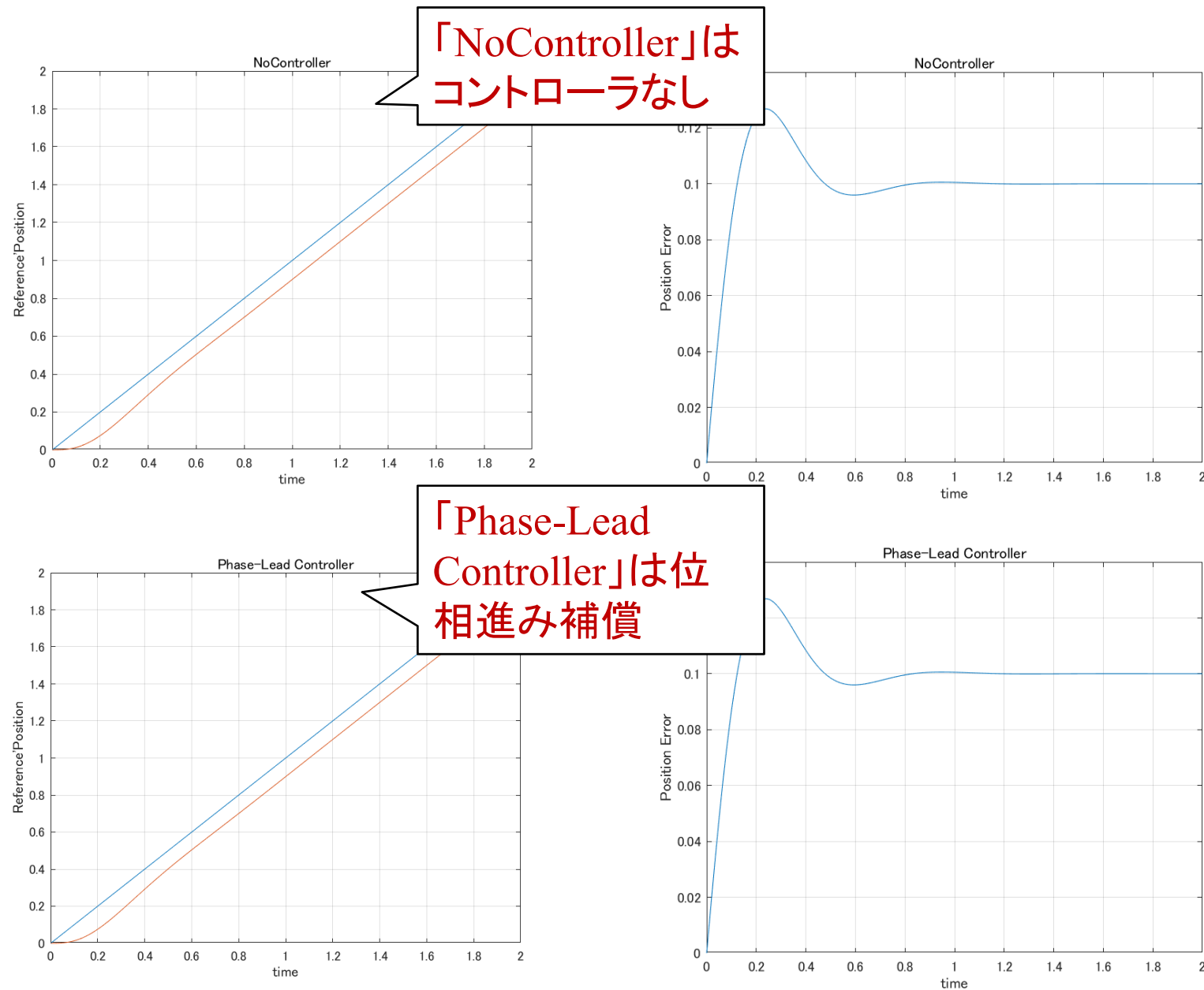
ゲイン交差周波数
が進む

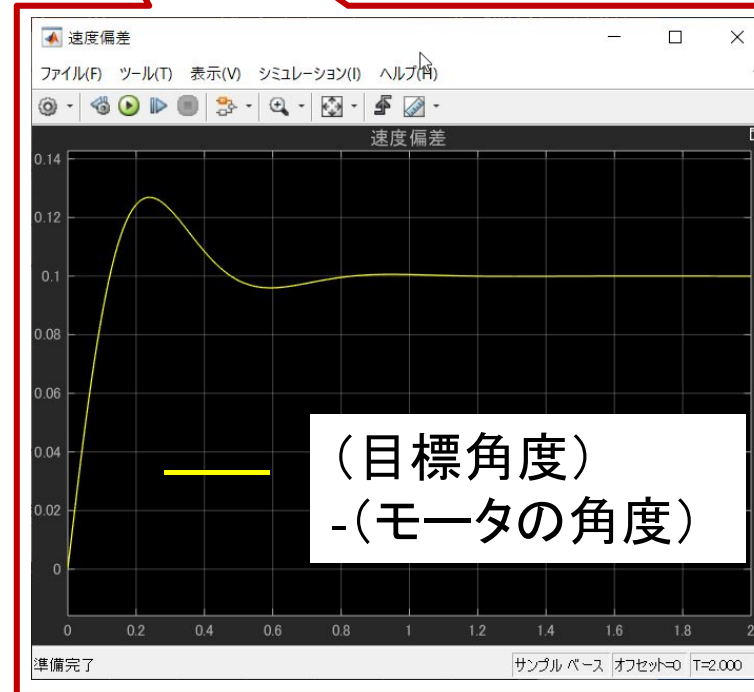
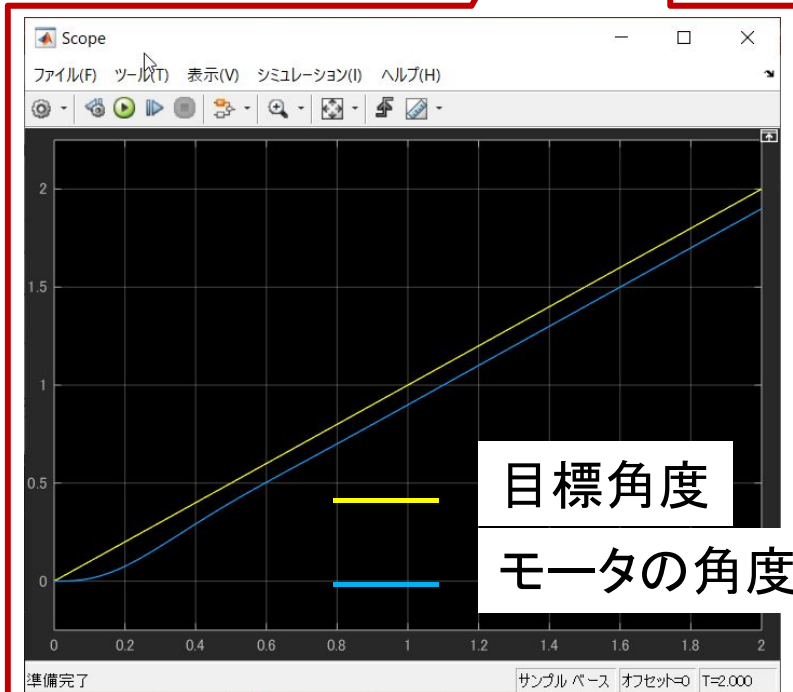
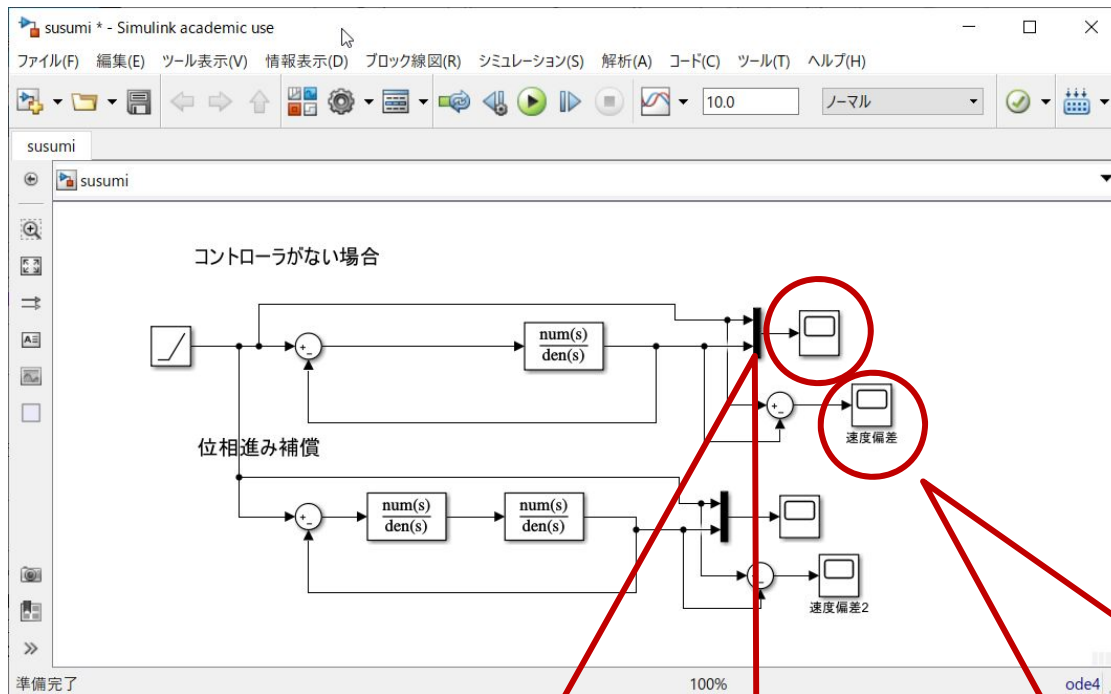
位相が進む

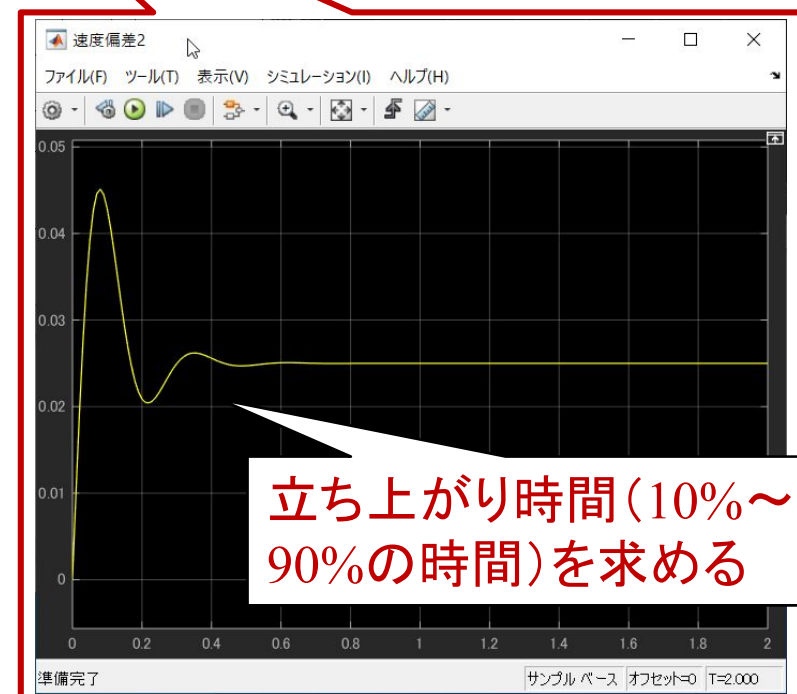
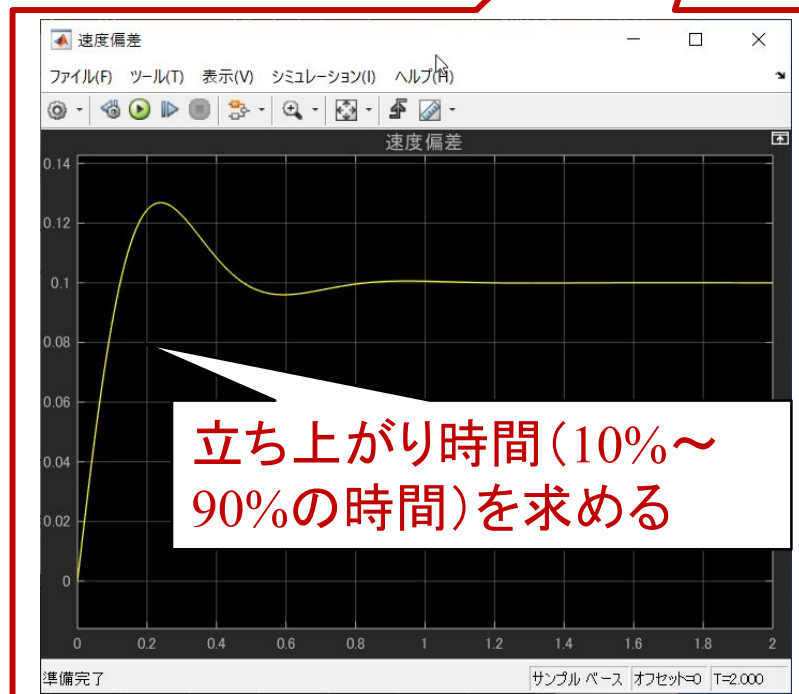
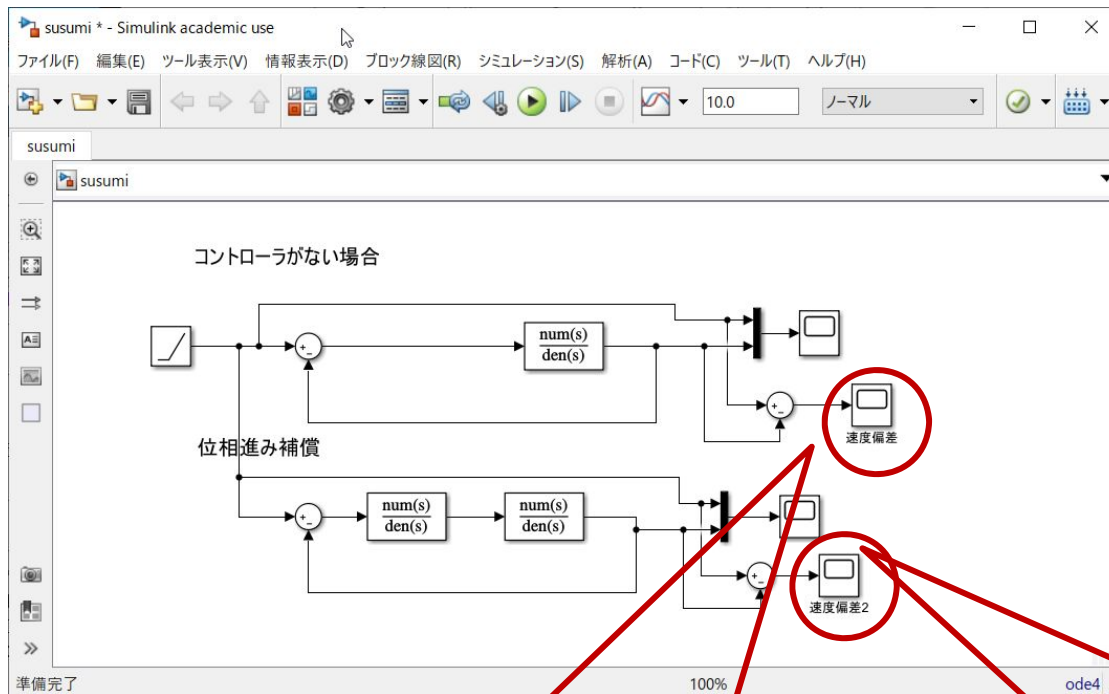
[CHECK] susumi.mdl を開く



[CHECK] dataplot.m を実行







第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を
習得する。