第 9 章 :2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割
9.2 2 自由度制御系の構造と設計法

キーワード : フィードフォワード, フィードバック
2 自由度制御

学習目標 : フィードフォワードとフィードバックのそれぞれの役割を理解する。2 自由度制御系の構造と設計を理解する。

1

9 2 自由度制御系
9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割

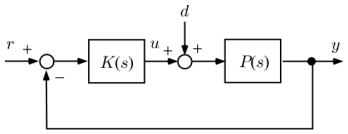


図 9.1 フィードバック制御系

フィードバックの利点

a. 外乱の影響を抑制
b. 特性変動の影響を低減
c. 不安定系を安定化
d. 目標値応答の整形？

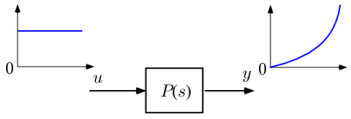
2

[例 9.1]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

極 : 1　不安定



コントローラ

$$K(s) = \frac{4s+6}{s} = 4 + \frac{6}{s}$$ PI補償

閉ループ系の安定性

内部安定性

$$\phi(s) = (s-1)s + (4s+6) = s^2 + 3s + 6$$

$\phi(s) = 0$ の解 $\dfrac{-3 \pm j\sqrt{15}}{2}$　安定　c. 不安定系を安定化

3

r から y への伝達関数

$$\frac{PK}{1+PK} = \frac{\frac{1}{s-1}\frac{4s+6}{s}}{1+\frac{1}{s-1}\frac{4s+6}{s}} = \frac{4s+6}{s(s-1)+4s+6} = \frac{4s+6}{s^2+3s+6}$$

極 : $s^2 + 3s + 6 = 0 \Rightarrow \dfrac{-3 \pm j\sqrt{15}}{2}$

実部が負 ⇒ 安定
虚部が存在 ⇒ 振動する

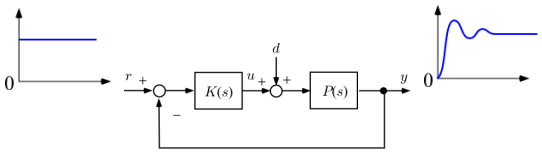


図 9.1 フィードバック制御系

4

d から y への伝達関数

$$y = P(d - Ky)$$
$$(1+PK)y = Pd$$
$$y = \frac{P}{1+PK}d = \frac{\frac{1}{s-1}}{1+\frac{1}{s-1}\frac{4s+6}{s}}d$$
$$= \frac{s}{s^2+3s+6}d$$

実部が負 ⇒ 安定
虚部が存在 ⇒ 振動する

$$\lim_{t\to\infty} y = \lim_{s\to 0} s\frac{s}{s^2+3s+6}\frac{1}{s} = 0$$

a : 外乱の影響を抑制

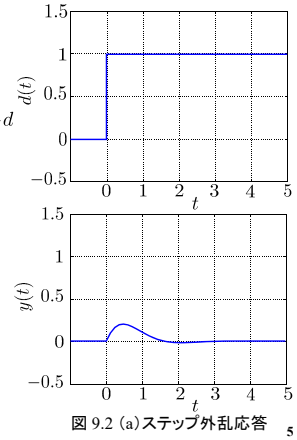


図 9.2 (a) ステップ外乱応答

5

$$P \to \tilde{P}(s) = \frac{20}{(s-1)(s+20)}$$ 変動

$$\frac{PK}{1+PK} = \frac{\frac{20}{(s-1)(s+20)}\frac{4s+6}{s}}{1+\frac{20}{(s-1)(s+20)}\frac{4s+6}{s}} = \frac{20(4s+6)}{s(s-1)(s+20)+20(4s+6)}$$
$$= \frac{20(4s+6)}{s^3+19s^2+60s+120}$$

$s^3 + 19s^2 + 60s + 120 = 0$ の解
$-15.6,\ -1.6 \pm j2.2$

b. 特性変動の影響を低減

しかし
オーバーシュートが大きい
$K(s)$ は r を情報として使わず
$e = r - y$ のみ用いている

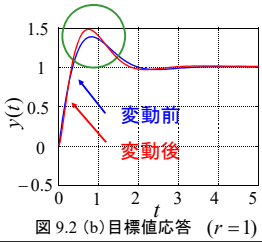


図 9.2 (b) 目標値応答 $(r = 1)$

6

フィードフォワードの利点

$G_M(s)$：望ましい目標値応答を有するモデル伝達関数

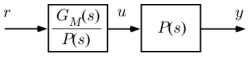


図 9.3 フィードフォワード制御系

$u(s) = \frac{G_M(s)}{P(s)} r(s)$ ： r のみ用いる

$\therefore\ y(s) = G_M(s) r(s)$

d: 目標値応答の整形 OK

a. 外乱の影響を抑制
b. 特性変動の影響を低減
c. 不安定系を安定化

NG

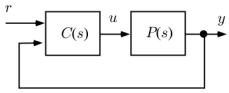


図 9.4 2自由度制御系（一般系）

➡ 2 自由度制御系へ

7

9 2 自由度制御系

9.2 2 自由度制御系の構造と設計法

フィードフォワード制御

$u_{ff}(s) = \frac{F(s)}{P(s)} r(s)$

$F(s)$：設計パラメータ

フィードバック制御

$u_{fb}(s) = K(s)(F(s)r(s) - y(s))$

2自由度制御

$u(s) = u_{ff}(s) + u_{fb}(s)$

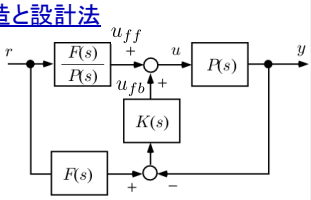


図 9.5 2自由度制御系

8

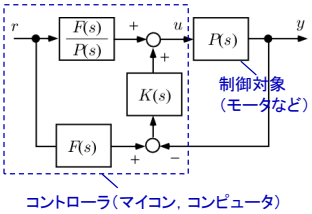
モデル化誤差がない場合

（使用後，制御対象が経年劣化などしない場合）

$$y = P\left(\frac{F}{P} r + K(Fr - y)\right)$$
$$= Fr + PK(Fr - y)$$

よって

$$(1 + PK)y = (1 + PK)Fr$$
$$y = Fr$$



コントローラは，製品を作ったときに組み込むので，後から変更が不可能

9

モデル化誤差がある場合

$$y = \tilde{P}\left(\frac{F}{P} r + K(Fr - y)\right)$$
$$= \tilde{P}\frac{F}{P} r + \tilde{P}K(Fr - y)$$

よって

$$(1 + \tilde{P}K)y = \left(\frac{\tilde{P}}{P} + \tilde{P}K\right) Fr$$

$$y = \frac{\frac{\tilde{P}}{P} + \tilde{P}K}{1 + \tilde{P}K} Fr \qquad \frac{1}{1 + \tilde{P}K} \text{ の効果}$$

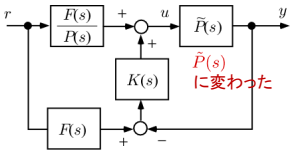


図 9.5 条件付きフィードバック構造

$F(s)$：目標値応答を指定

$K(s)$：フィードバック特性を指定

互いに独立

条件付きフィードバック構造

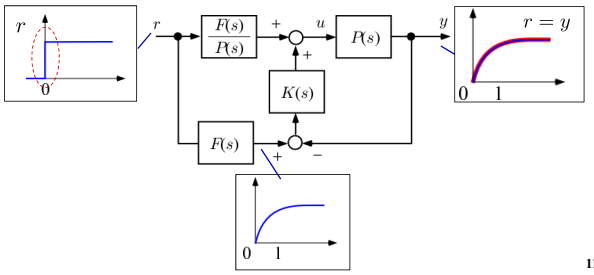
10

$F(s)$ の役割

$F(s) = \frac{1}{s+1}$ のとき

0 [s] で急激に変化する目標値は，慣性の法則から無理がある。

➡ $F(s)$ で限実的な目標値にする

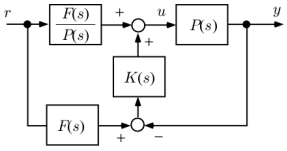


11

制御系の安定条件

(I) $F(s)$ が安定，$\frac{F(s)}{P(s)}$ が安定

(II) $P(s)$ と $K(s)$ からなる閉ループ系が安定



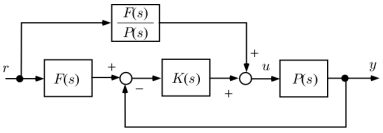


図 9.5 条件付きフィードバック構造

12

2 自由度制御系の設計手順

[ステップ1] 目標値応答の観点から, $F(s)$ を安定条件の範囲内で選ぶ.

[ステップ2] フィードバック特性の観点から, ループ整形法等を用い, $K(s)$を内部安定性を満たす範囲で設計する.

[ステップ3] 上記の $F(s)$, $K(s)$ を, 図 9.5 のように組み合わせる.

13

[例 9.2]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

変動 $\Rightarrow$ $$\tilde{P}(s) = \frac{20}{(s-1)(s+20)}$$

フィードバックコントローラ

$$K(s) = \frac{4s+6}{s}$$

フィードフォワードコントローラ

$$F(s) = \frac{1}{\tau s+1} \quad (\tau = 0.3)$$

[例 9.1] と比べてみると,
a ~ c OK & d OK

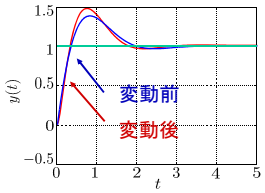


図 9.2 (b) 目標値応答 ($r = 1$)

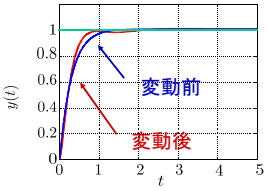


図 9.6 2自由度制御系の目標値応答例

14

[例 9.3]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

変動 $\Rightarrow$ $$\tilde{P}(s) = \frac{15}{s(s+25)}$$

コントローラ $K(s) = K_0$ (定数)

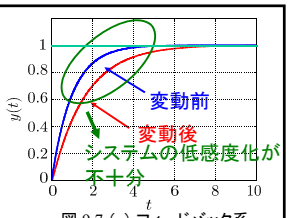


図 9.7 (a) フィードバック系

コントローラの条件

フィードバックのみ $K_0 = 1$ (制限)

2自由度 $F(s) = \dfrac{1}{s+1}$

$K = 8$

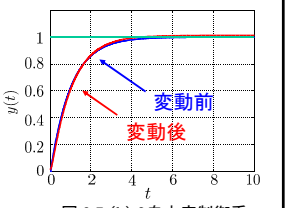


図 9.7 (b) 2自由度制御系

15

第 9 章 :2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割

9.2 2 自由度制御系の構造と設計法

キーワード : フィードフォワード, フィードバック
2 自由度制御

学習目標 : フィードフォワードとフィードバックのそれぞれの役割を理解する。2 自由度制御系の構造と設計を理解する。

16

$$r = \frac{1}{s}$$

$$y = P\left(\frac{F}{P}r + K(Fr - y)\right) = Fr + PK(Fr - y)$$

よって

$$(1+PK)y = (1+PK)Fr$$

$$y = Fr$$

$$e = \lim_{t\to\infty}(r-y) = \lim_{s\to 0} s(r-y)$$

17