

第9章 :2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割

9.2 2自由度制御系の構造と設計法

キーワード：フィードフォワード, フィードバック
2自由度制御

学習目標：フィードフォワードとフィードバックのそれぞれの役割を理解する。2自由度制御系の構造と設計を理解する。

9.2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割

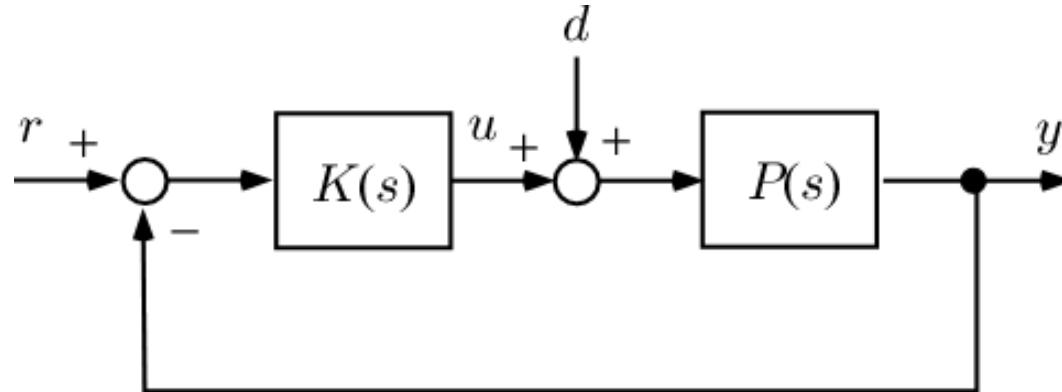


図 9.1 フィードバック制御系

フィードバックの利点

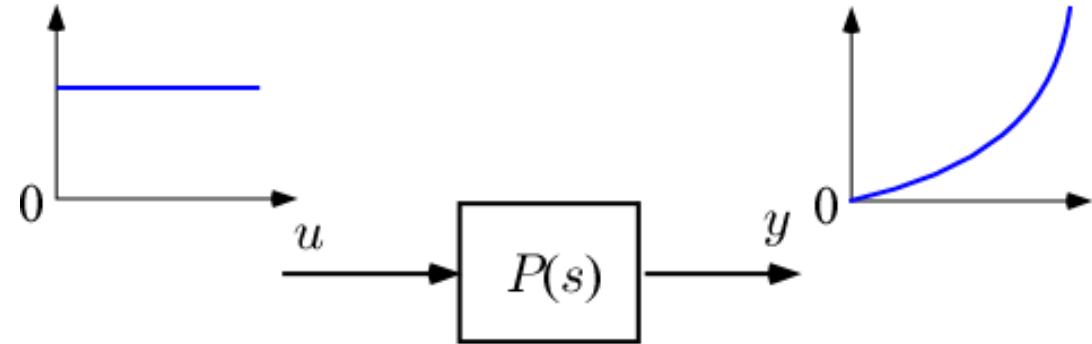
- a. 外乱の影響を抑制
- b. 特性変動の影響を低減
- c. 不安定系を安定化
- d. 目標値応答の整形？

[例 9.1]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

極 : 1 不安定



コントローラ

$$K(s) = \frac{4s + 6}{s} = 4 + \frac{6}{s} \quad \text{PI補償}$$

閉ループ系の安定性

内部安定性

$$\phi(s) = (s - 1)s + (4s + 6) = s^2 + 3s + 6$$

$$\phi(s) = 0 \text{ の解 } \frac{-3 \pm j\sqrt{15}}{2} \quad \text{安定 c. 不安定系を安定化}$$

r から y への伝達関数

$$\frac{PK}{1+PK} = \frac{\frac{1}{s-1} \frac{4s+6}{s}}{1 + \frac{1}{s-1} \frac{4s+6}{s}} = \frac{4s+6}{s(s-1) + 4s+6} = \frac{4s+6}{s^2 + 3s + 6}$$

極: $s^2 + 3s + 6 = 0 \Rightarrow \frac{-3 \pm j\sqrt{15}}{2}$

実部が負 \Rightarrow 安定

虚部が存在 \Rightarrow 振動する

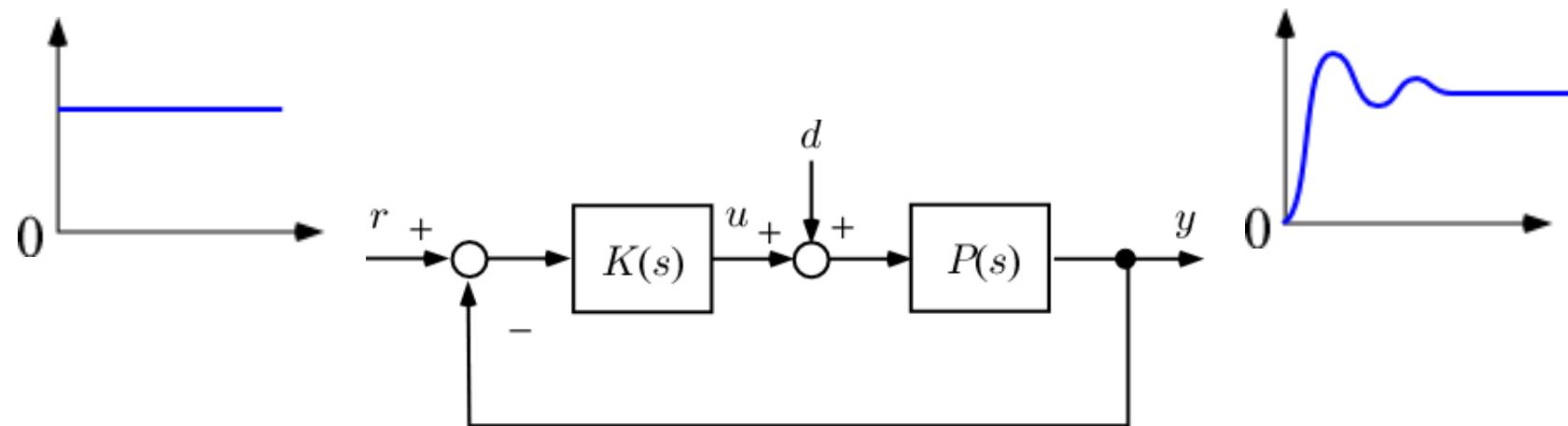


図 9.1 フィードバック制御系

d から y への伝達関数

$$y = P(d - Ky)$$

$$(1 + PK)y = Pd$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{P}{1 + PK}d = \frac{\frac{1}{s-1}}{1 + \frac{1}{s-1} \frac{4s+6}{s}} d \\ &= \frac{s}{s^2 + 3s + 6} d \end{aligned}$$

実部が負 \Rightarrow 安定

虚部が存在 \Rightarrow 振動する

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s}{s^2 + 3s + 6} \frac{1}{s} = 0$$

a: 外乱の影響を抑制

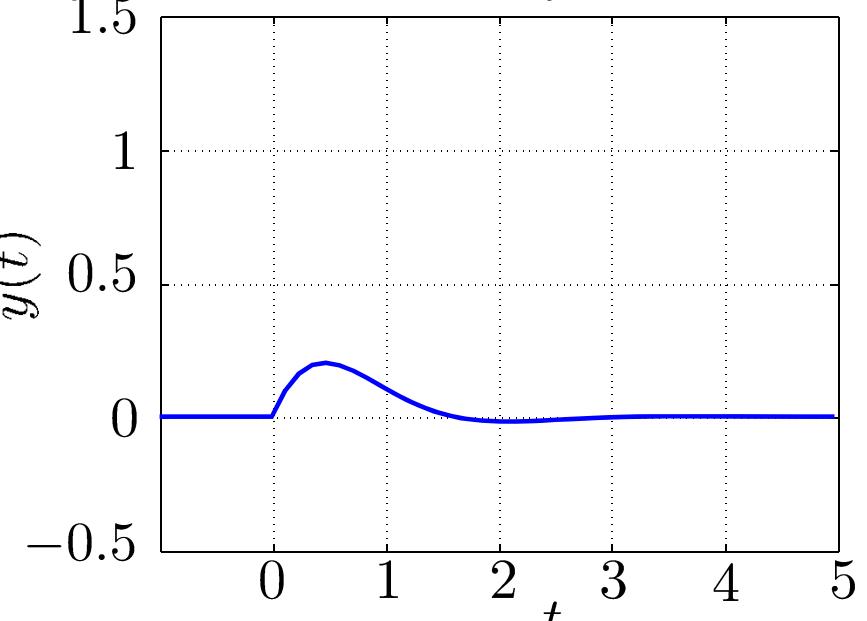
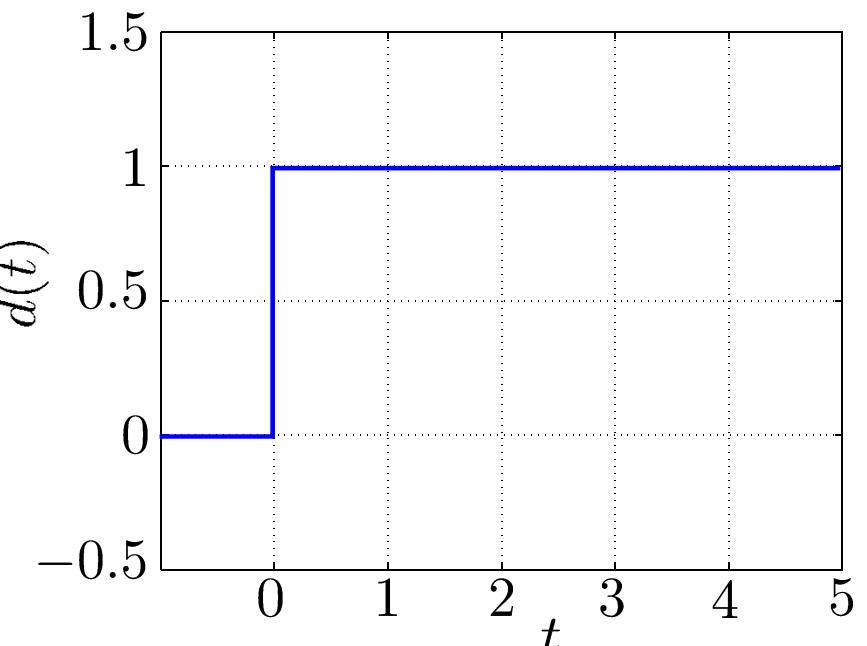


図 9.2 (a) ステップ外乱応答

$$P \rightarrow \tilde{P}(s) = \frac{20}{(s-1)(s+20)} \quad \text{変動}$$

$$\begin{aligned} \frac{PK}{1+PK} &= \frac{\frac{20}{(s-1)(s+20)} \frac{4s+6}{s}}{1 + \frac{20}{(s-1)(s+20)} \frac{4s+6}{s}} = \frac{20(4s+6)}{s(s-1)(s+20) + 20(4s+6)} \\ &= \frac{20(4s+6)}{s^3 + 19s^2 + 60s + 120} \end{aligned}$$

$$s^3 + 19s^2 + 60s + 120 = 0 \text{ の解}$$

$$-15.6, -1.6 \pm j2.2$$

b. 特性変動の影響を低減

しかし

オーバーシュートが大きい

$K(s)$ は r を情報として使わず

$e = r - y$ のみ用いている

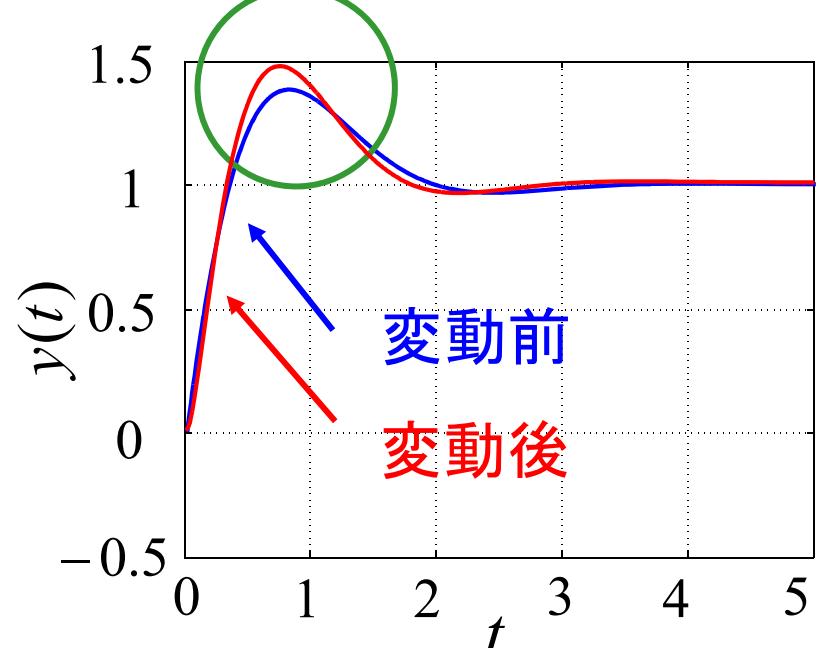


図 9.2 (b) 目標値応答 ($r = 1$) 6

フィードフォワードの利点

$G_M(s)$: 望ましい目標値応答を有するモデル伝達関数

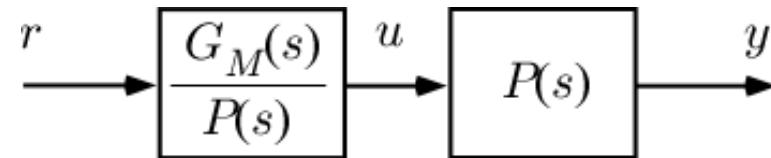


図 9.3 フィードフォワード制御系

$$u(s) = \frac{G_M(s)}{P(s)}r(s) : r \text{ のみ用いる}$$

$$\therefore y(s) = G_M(s)r(s)$$

d: 目標値応答の整形 OK

a. 外乱の影響を抑制

b. 特性変動の影響を低減

c. 不安定系を安定化

} NG

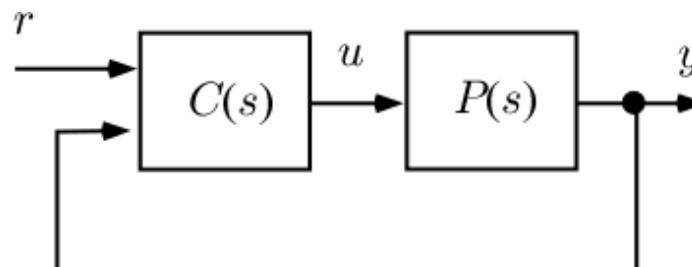


図 9.4 2自由度制御系(一般系)

→ 2自由度制御系へ

9.2 自由度制御系

9.2.2 自由度制御系の構造と設計法

フィードフォワード制御

$$u_{ff}(s) = \frac{F(s)}{P(s)}r(s)$$

$F(s)$: 設計パラメータ

フィードバック制御

$$u_{fb}(s) = K(s)(F(s)r(s) - y(s))$$

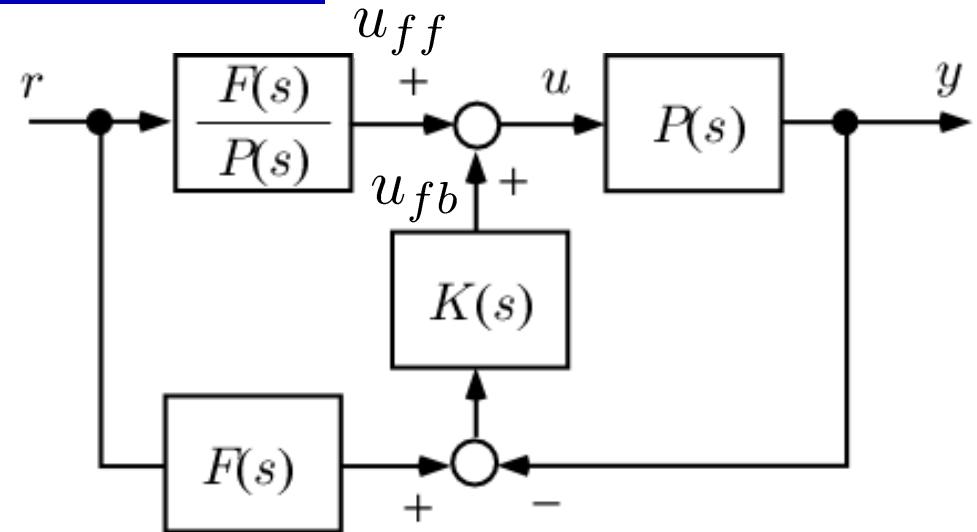


図 9.5 2自由度制御系

2自由度制御

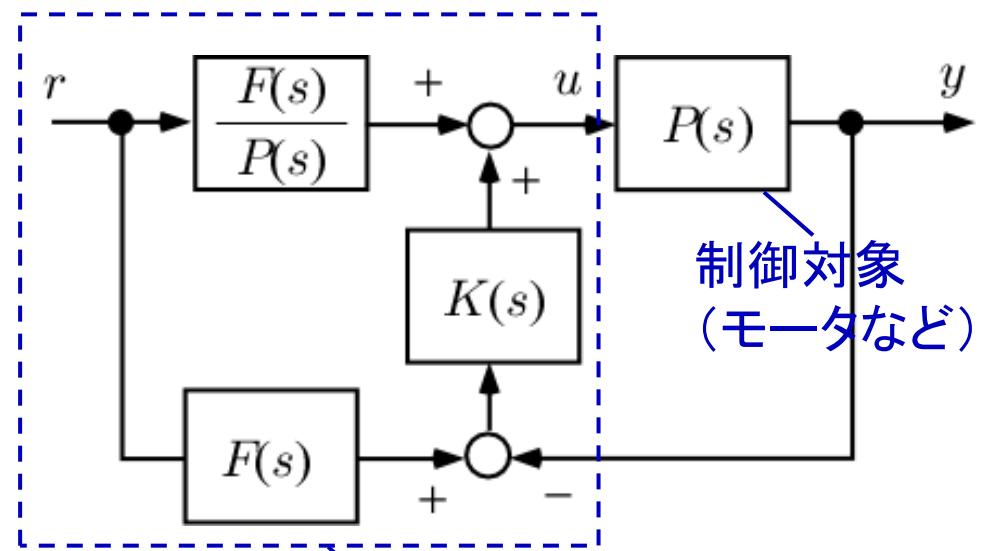
$$u(s) = u_{ff}(s) + u_{fb}(s)$$

モデル化誤差がない場合 (使用後, 制御対象が経年劣化などしない場合)

$$\begin{aligned}y &= P \left(\frac{F}{P} r + K(Fr - y) \right) \\&= Fr + PK(Fr - y)\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}(1 + PK)y &= (1 + PK)Fr \\y &= Fr\end{aligned}$$



コントローラ(マイコン, コンピュータ)

コントローラは, 製品を作ったときに組み込むので, 後から変更が不可能

モデル化誤差がある場合

$$y = \tilde{P} \left(\frac{F}{P} r + K(Fr - y) \right)$$

$$= \tilde{P} \frac{F}{P} r + \tilde{P} K (Fr - y)$$

よって

$$(1 + \tilde{P}K)y = \left(\frac{\tilde{P}}{P} + \tilde{P}K \right) Fr$$

$$y = \frac{\frac{\tilde{P}}{P} + \tilde{P}K}{1 + \tilde{P}K} Fr \quad \frac{1}{1 + \tilde{P}K} \text{ の効果}$$

$F(s)$: 目標値応答を指定

$K(s)$: フィードバック特性を指定

互いに独立

条件付きフィードバック構造

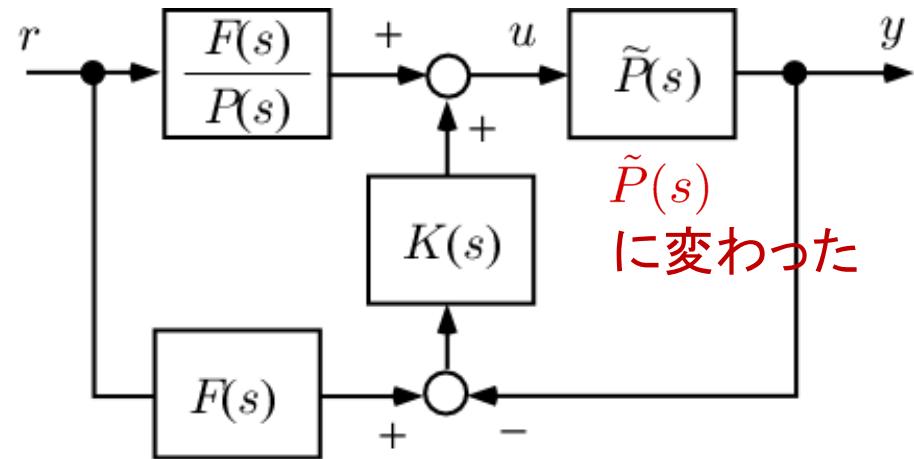
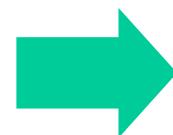


図 9.5 条件付きフィードバック構造

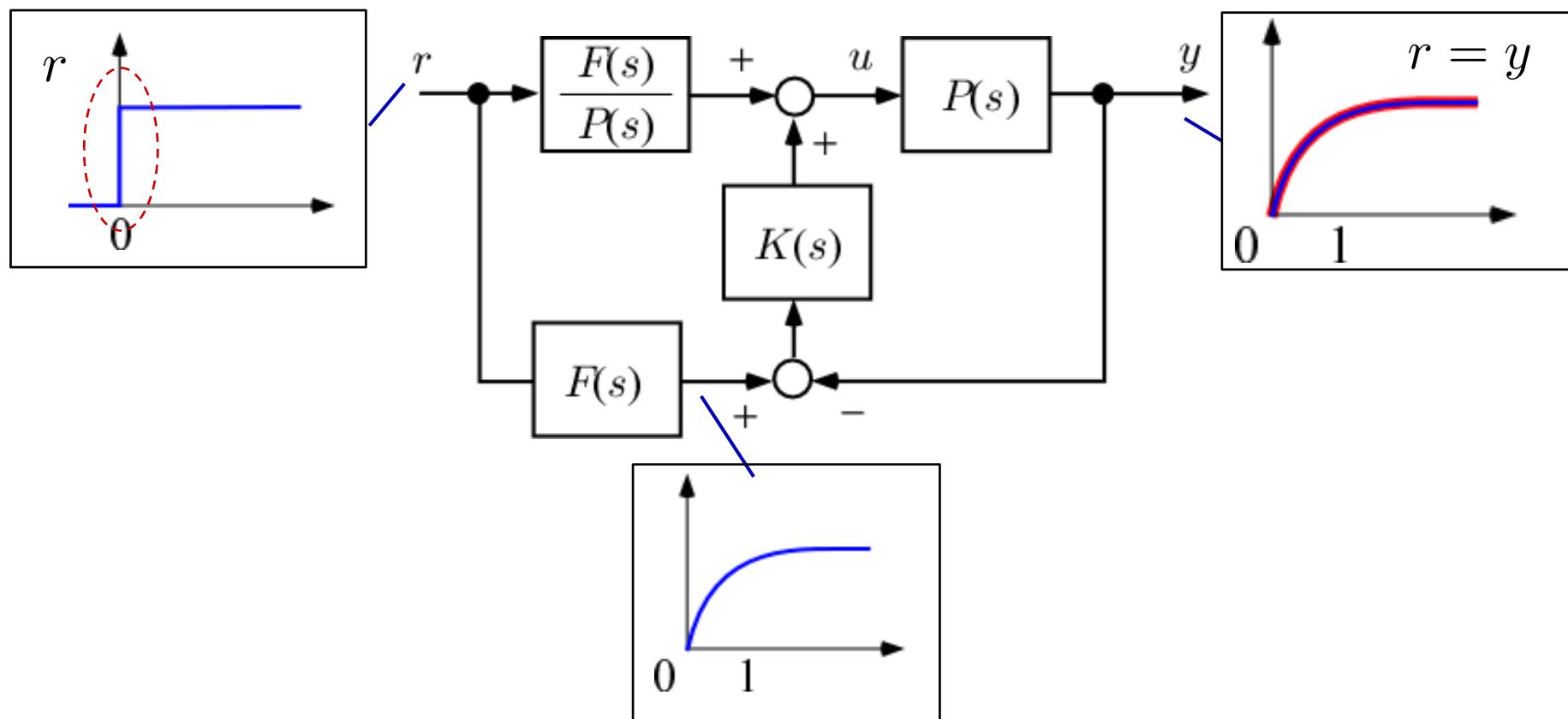
$F(s)$ の役割

$$F(s) = \frac{1}{s+1} \text{ のとき}$$

0 [s] で急激に変化する
目標値は、慣性の法則
から無理がある。



$F(s)$ で限実的な目標値にする



制御系の安定条件

(I) $F(s)$ が安定, $\frac{F(s)}{P(s)}$ が安定

(II) $P(s)$ と $K(s)$ からなる閉ループ系が安定

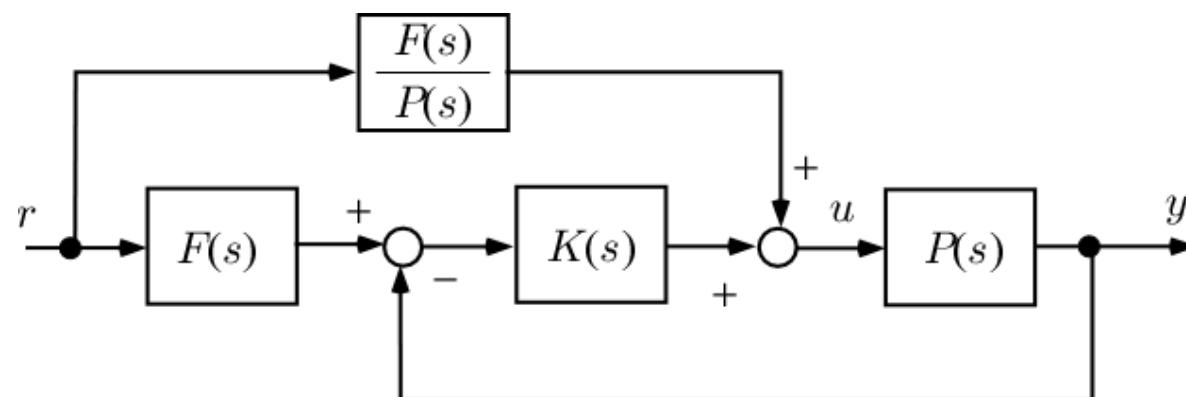
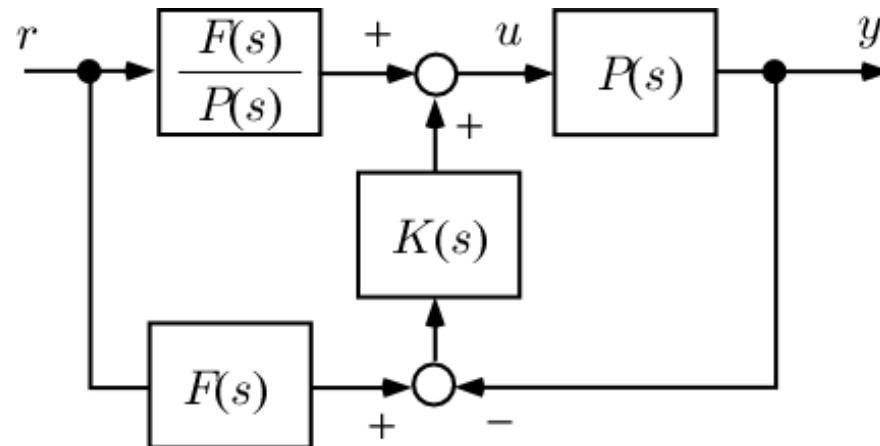


図 9.5 条件付きフィードバック構造

2 自由度制御系の設計手順

[ステップ1] 目標値応答の観点から, $F(s)$ を安定条件の範囲内で選ぶ.

[ステップ2] フィードバック特性の観点から, ループ整形法等を用い, $K(s)$ を内部安定性を満たす範囲で設計する.

[ステップ3] 上記の $F(s)$, $K(s)$ を, 図 9.5 のように組み合わせる.

[例 9.2]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s-1}$$

 $\tilde{P}(s) = \frac{20}{(s-1)(s+20)}$

変動

フィードバックコントローラ

$$K(s) = \frac{4s+6}{s}$$

フィードフォワードコントローラ

$$F(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (\tau = 0.3)$$

[例 9.1] と比べてみると,
a ~ c OK & d OK

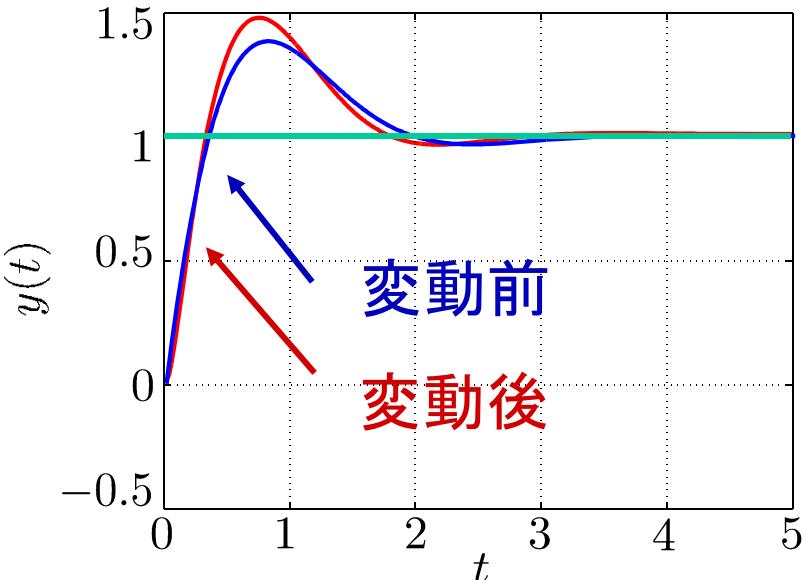


図 9.2 (b) 目標値応答 ($r = 1$)

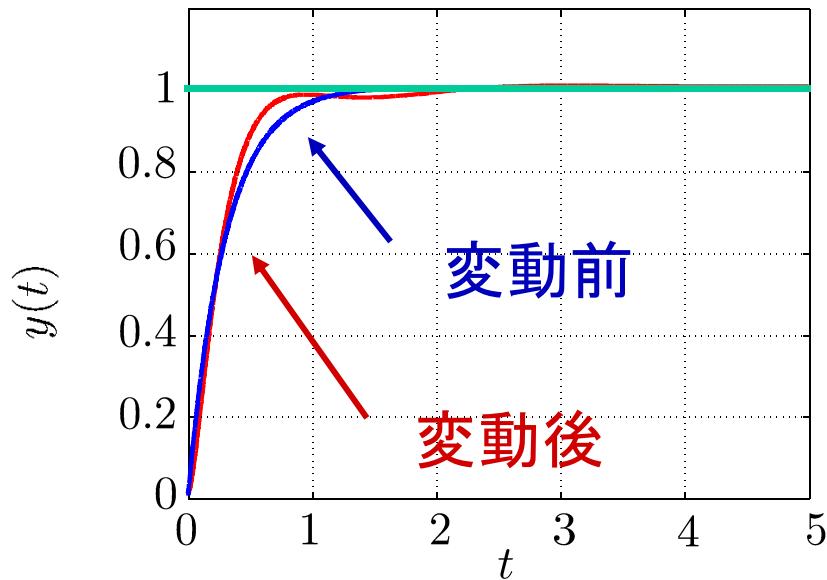


図 9.6 2自由度制御系の
目標値応答例

[例 9.3]

制御対象

$$P(s) = \frac{1}{s} \xrightarrow{\text{変動}} \tilde{P}(s) = \frac{15}{s(s+25)}$$

コントローラ $K(s) = K_0$ (定数)

コントローラの条件

フィードバックのみ $K_0 = 1$ (制限)

2自由度 $F(s) = \frac{1}{s+1}$

$$K = 8$$

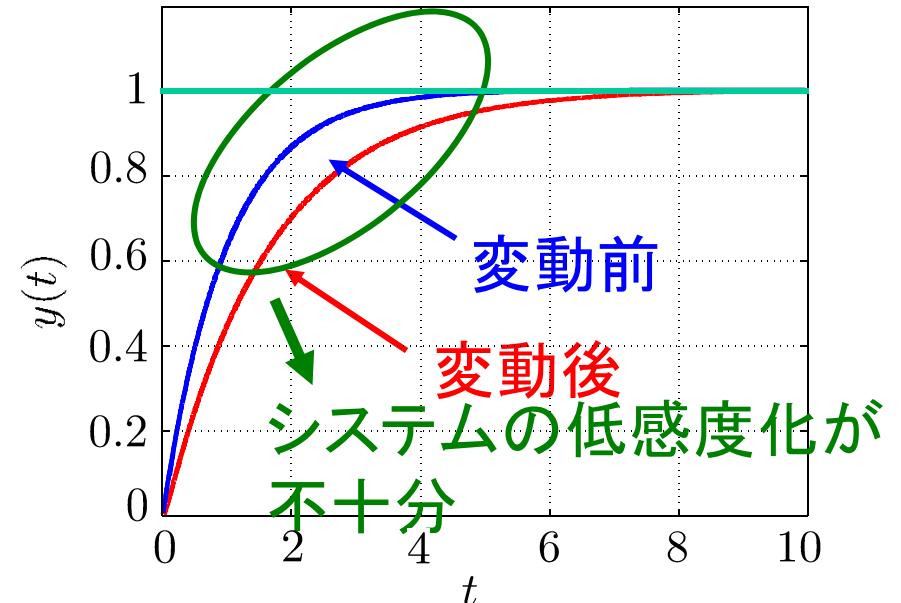


図 9.7 (a) フィードバック系

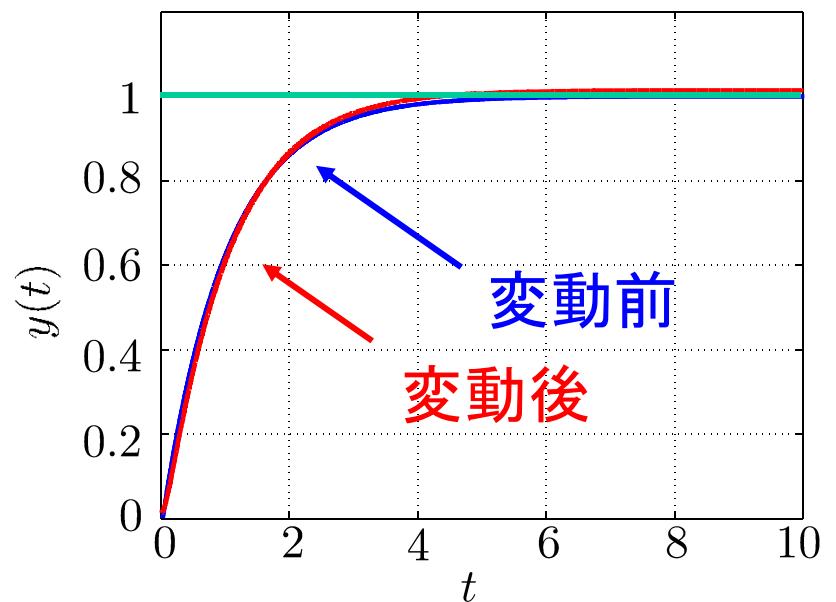


図 9.7 (b) 2自由度制御系 15

第9章 :2 自由度制御系

9.1 フィードフォワードとフィードバックの役割

9.2 2自由度制御系の構造と設計法

キーワード：フィードフォワード, フィードバック
2自由度制御

学習目標：フィードフォワードとフィードバックのそれぞれの役割を理解する。2自由度制御系の構造と設計を理解する。

$$r = \frac{1}{s}$$

$$y = P \left(\frac{F}{P} r + K(Fr - y) \right) = Fr + PK(Fr - y)$$

よって

$$(1 + PK)y = (1 + PK)Fr$$

$$y = Fr$$

$$e = \lim_{t \rightarrow \infty} (r - y) = \lim_{s \rightarrow 0} s(r - y)$$