2021 年度 制御工学 II 前期 第 5 回レポート (模範解答)

5 年 E 科 番号 _____ 氏名 _____

[問題 1] 次の伝達関数について，表を埋めて，ボード線図の概形を描け。

(1) $\dfrac{1}{s^2+s+1}$

ω	0	(a)	10^2
$20\log\lvert G(j\omega)\rvert$ [dB]	(b)	0	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-90	(e)

(2) $\dfrac{0.01}{s^2+0.1s+0.01}$

ω	0	(a)	10
$20\log\lvert G(j\omega)\rvert$ [dB]	(b)	0	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-90	(e)

(3) $\dfrac{10}{s^2+s+1}$

ω	0	1	10^2
$20\log\lvert G(j\omega)\rvert$ [dB]	(a)	(c)	(e)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(b)	(d)	(f)

(解答)

(1) $\omega_n^2=1$，$2\zeta\omega_n=1$ より

$$\omega_n=1 \tag{1}$$
$$\zeta=\frac{1}{2\omega_n}=\frac{1}{2} \tag{2}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は，

$$G(j\omega)=\frac{1}{(1-\omega^2)+j\omega} \tag{3}$$

であり，$\omega=0$ のとき

$$|G(j0)|=\left|\frac{1}{1+j\cdot 0}\right|=1 \tag{4}$$
$$\angle G(j0)=\angle 1-\angle(1+j\cdot 0)=0-0=0 \tag{5}$$

よって，$\underline{\text{(b)}=20\log 1=0,\ \text{(c)}=0}$ となる。

$\omega=1$ のとき

$$|G(j)|=\left|\frac{1}{j}\right|=1 \tag{6}$$
$$\angle G(j)=\angle 1-\angle j=0-90^\circ=-90^\circ \tag{7}$$

$20\log 1=0$ より，$\underline{\text{(a)}=1}$ となる。

$\omega=10^2$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10^2}=\left|\frac{1}{(1-\omega^2)+j\omega}\right|_{\omega=10^2}\approx\left|\frac{1}{-\omega^2}\right|_{\omega=10^2}=\frac{1}{10^4} \tag{8}$$
$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2}\approx\angle 1-\angle(-10^4)=0^\circ-180^\circ=-180^\circ \tag{9}$$

よって，$\underline{\text{(d)}=20\log\frac{1}{10^4}=-80,\ \text{(e)}=\text{-}180}$ となる。また，ボード線図は，図 1 となる。

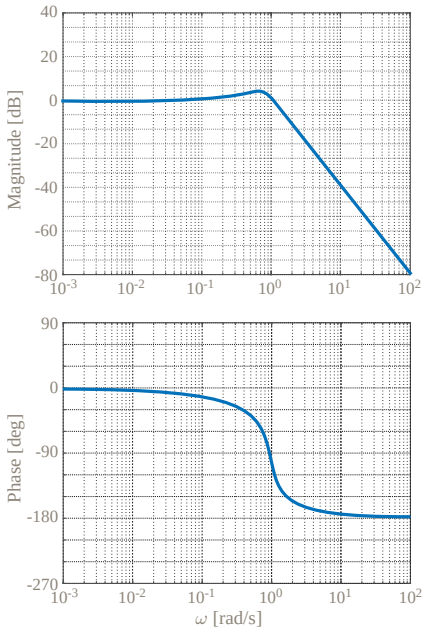

図 1: $\dfrac{1}{s^2+s+1}$ のボード線図

(2) $\omega_n^2=0.01$，$2\zeta\omega_n=0.1$ より

$$\omega_n^2=0.1 \tag{10}$$
$$\zeta=\frac{0.1}{2\omega_n}=\frac{0.1}{0.2}=\frac{1}{2} \tag{11}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は，

$$G(j\omega)=\frac{0.01}{(0.01-\omega^2)+j0.1\omega} \tag{12}$$

であり，$\omega=0$ のとき

$$|G(j0)|=\left|\frac{0.01}{0.01+j\cdot 0}\right|=1 \tag{13}$$
$$\angle G(j0)=\angle 0.01-\angle(0.01+j\cdot 0)=0-0=0 \tag{14}$$

よって，$\underline{\text{(b)} = 20\log 1 = 0,\ \text{(c)}=0}$ となる。

$\omega = 10^{-1}$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{0.01}{j0.01}\right| = 1 \tag{15}$$

$$\angle G(j) = \angle 0.01 - \angle j0.01 = 0 - 90^\circ = -90^\circ \tag{16}$$

$20\log 1 = 0$ より，$\underline{\text{(a)} = 10^{-1}}$ となる。

$\omega = 10$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10} = \left|\frac{0.01}{(0.01 - 10^2) + j}\right| \approx \left|\frac{0.01}{-10^2}\right| = 10^{-4} \tag{17}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10} \approx \angle 0.01 - \angle(-10^2) = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ \tag{18}$$

よって，$\underline{\text{(d)} = 20\log\frac{1}{10^4} = -80,\ \text{(e)=-180}}$ となる。
また，ボード線図は，図 2 となる。

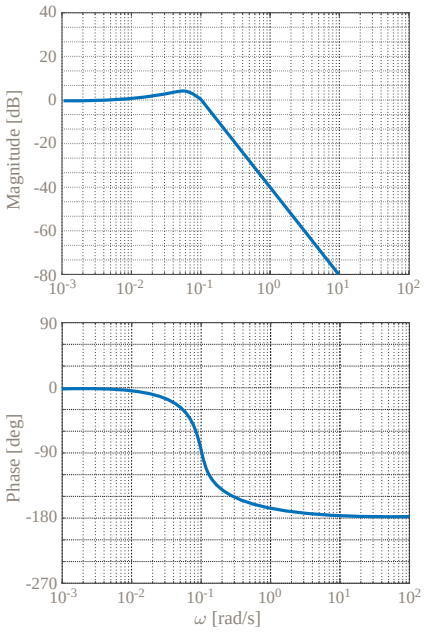

図 2: $\dfrac{0.01}{s^2 + 0.1s + 0.01}$ のボード線図

(3) $\omega_n^2 = 1$，$2\zeta\omega_n = 1$ より

$$\omega_n = 1 \tag{19}$$

$$\zeta = \frac{1}{2\omega_n} = \frac{1}{2} \tag{20}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は，

$$G(j\omega) = \frac{10}{(1 - \omega^2) + j\omega} \tag{21}$$

$\omega = 0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{10}{1 + j \cdot 0}\right| = 10 \tag{22}$$

$$\angle G(j0) = \angle 10 - \angle(1 + j \cdot 0) = 0 - 0 = 0 \tag{23}$$

よって，$\underline{\text{(a)} = 20\log 10 = 20,\ \text{(b)}=0}$ となる。

$\omega = 1$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{10}{j}\right| = 10 \tag{24}$$

$$\angle G(j) = \angle 10 - \angle j = 0 - 90^\circ = -90^\circ \tag{25}$$

$20\log 10 = 20$ より，$\underline{\text{(c)} = 20,\ \text{(d)} = \text{-90}}$ となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10^2} = \left|\frac{10}{(1 - \omega^2) + j\omega}\right|_{\omega=10^2} \approx \left|\frac{10}{10^4}\right| = 10^{-3} \tag{26}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} \approx \angle 10 - \angle(-10^4) = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ \tag{27}$$

よって，$\underline{\text{(e)} = 20\log\frac{1}{10^3} = -60,\ \text{(f)=-180}}$ となる。

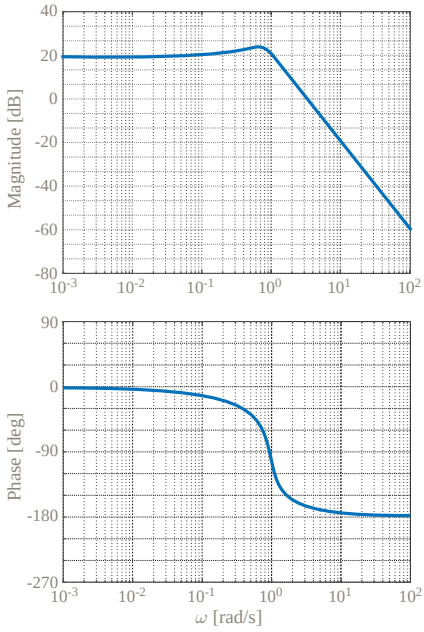

図 3: $\dfrac{10}{s^2 + s + 1}$ のボード線図