2021 年度 制御工学 II 前期 第 8 回レポート (模範解答)

5 年 E 科 番号 _____ 氏名 _____

[問題 1](6 章演習問題【1】) 図 1 のフィードバック制御系で，$P(s)$，$K(s)$ が次式で与えられているとする。特性多項式の解，または，4 つの伝達関数を用いて内部安定性を調べよ。

(a) $P(s) = \dfrac{s-1}{s+1}$, $K(s) = \dfrac{1}{s-1}$

(b) $P(s) = \dfrac{1}{s^2-1}$, $K(s) = \dfrac{s-1}{s+1}$

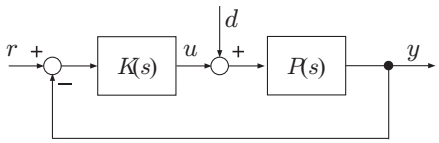

図 1: フィードバック系

(解答)

(a) (解法 1) 特性多項式において

$$\begin{aligned}\phi(s) &= (s+1)(s-1)+(s-1)\\ &= (s-1)(s+2) \qquad (1)\end{aligned}$$

となり，$s=1$ を極としてもつので，内部安定でないことが確認できる。

(解法 2) 4 つの伝達関数は

$$\begin{aligned}G_{ur}(s) &= \frac{K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s+1}{(s+1)(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{s+1}{(s-1)(s+2)} \qquad (2)\\ G_{ud}(s) &= \frac{-P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{-(s-1)}{(s+1)(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{-1}{s+2} \qquad (3)\\ G_{yr}(s) &= \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s-1}{(s+1)(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{1}{s+2} \qquad (4)\\ G_{yd}(s) &= \frac{P(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{(s-1)^2}{(s+1)(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{s-1}{s+2} \qquad (5)\end{aligned}$$

となる。G_{ud}，G_{yr}，G_{yd} は安定であるが，G_{ur} は不安定極 $s=1$ をもつので不安定となる。よって，内部安定でない。

(b) (解法 1) 特性多項式においても，

$$\begin{aligned}\phi(s) &= (s^2-1)(s+1)+(s-1)\\ &= (s-1)(s^2+2s+2) \qquad (6)\end{aligned}$$

となり，$s=1$ を極としてもつので，内部安定でないことが確認できる。

(解法 2) 4 つの伝達関数は

$$\begin{aligned}G_{ur}(s) &= \frac{K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{(s^2-1)(s-1)}{(s+1)^2(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{s^2-1}{s^2+2s+2} \qquad (7)\\ G_{ud}(s) &= \frac{-P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{-(s-1)}{(s+1)^2(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{-1}{s^2+2s+2} \qquad (8)\\ G_{yr}(s) &= \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s-1}{(s+1)^2(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{1}{s^2+2s+2} \qquad (9)\\ G_{yd}(s) &= \frac{P(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s+1}{(s+1)^2(s-1)+(s-1)}\\ &= \frac{s+1}{(s-1)(s^2+2s+2)} \qquad (10)\end{aligned}$$

となる。G_{ur}，G_{ud}，G_{yr} は安定であるが，G_{yd} は不安定極 $s=1$ をもつので不安定となる。よって，内部安定でない。