第 6 章 :フィードバック制御系の安定性

6.2 ナイキストの安定判別法

キーワード： 簡単化されたナイキストの安定判別法

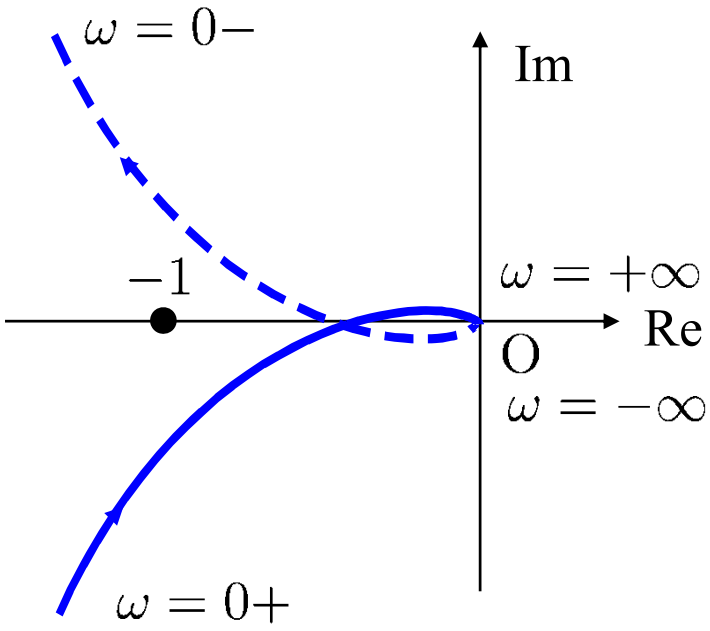
学習目標：簡単化されたナイキストの安定判別法について理解する。

[例 6.4]（虚軸上に極がある場合）

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

[ステップ 1] 閉曲線 C に対するナイキスト軌跡

$\Rightarrow$ $\omega = 0$ の近傍で不連続, N を求められない



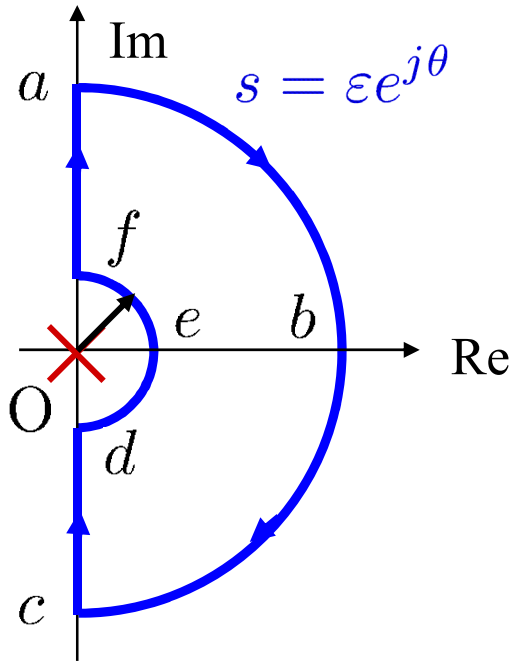
$s=0$ を回避し，左に見るように経路 $d \to e \to f$

（新たな閉曲線 C 内に $s=0$ の極は入らない）

$s=0$ は安定と仮定する

経路 $d \to e \to f$　　$s=\varepsilon e^{j\theta}\ (\varepsilon \to 0,\ -90^\circ \le \theta \le 90^\circ)$

$$\left(L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

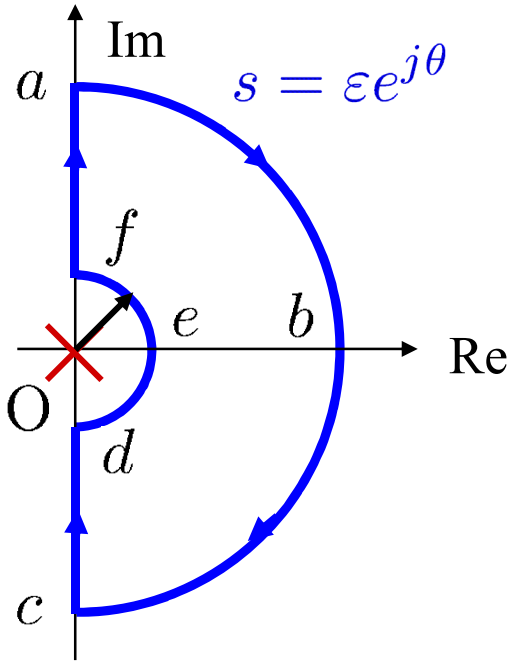


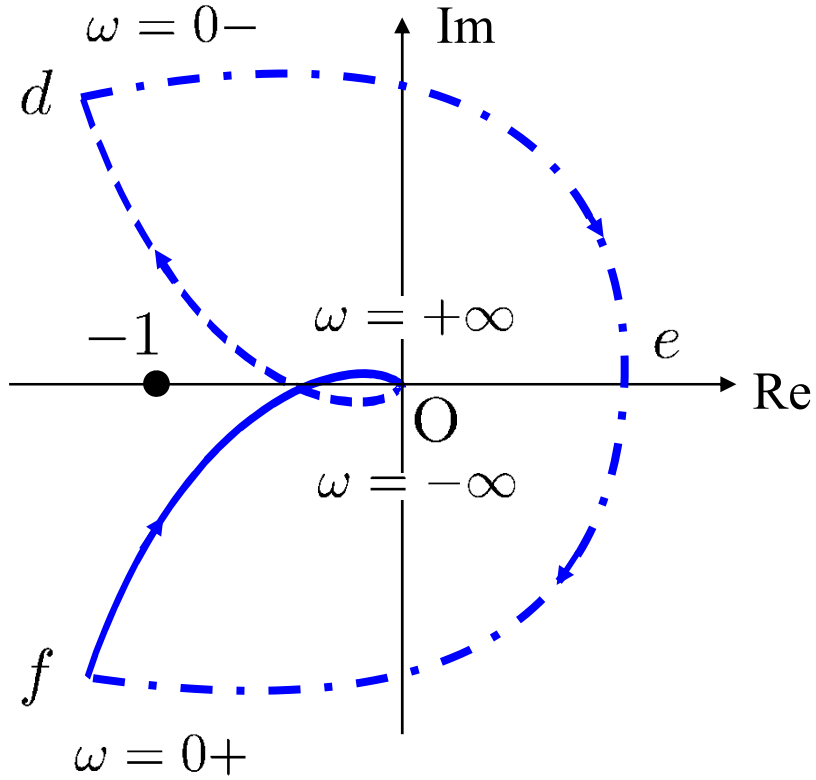
$$\lim_{\varepsilon \to 0} L(\varepsilon e^{j\theta}) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta}(\varepsilon e^{j\theta}+1)(\varepsilon e^{j\theta}+2)}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \underline{\frac{K}{2\varepsilon}}\,\underline{e^{-j\theta}}$$

半径 ∞ の円周

$+90^\circ$ から -90° へ時計方向に





［ステップ 2 ］　$N = 0$

［ステップ 3 ］　$\Pi = 0$　（ $s = 0$ は安定）

［ステップ 4 ］　$Z = N + \Pi = 0$　　制御系は安定

開ループ伝達関数が安定な場合

$\Pi = 0$ より

$Z = 0$ となるためには $N = 0$ でなければならない　$(Z = N + \Pi)$

簡単化されたナイキストの安定判別法

[ステップ 1] 開ループ伝達関数の極の中に，その実部が正となるものがないことを確認する.

[ステップ 2] 開ループ伝達関数のベクトル軌跡 $P(j\omega)K(j\omega)$ を角周波数 $\omega = 0 \sim +\infty$ の範囲で描く.

[ステップ 3] ω を 0 から ∞ へ変化させたとき，この開ループ伝達関数のベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をつねに左に見るように動くならば，系は安定である．また，右に見れば系は不安定となる.

[例 6.5]（安定系の場合）

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \qquad K = 3,\ 6,\ 12$$

$K = 3$ のとき

点 $(-1, 0)$ を常に左に見る

$\Rightarrow$ 安定

$K = 6$ のとき

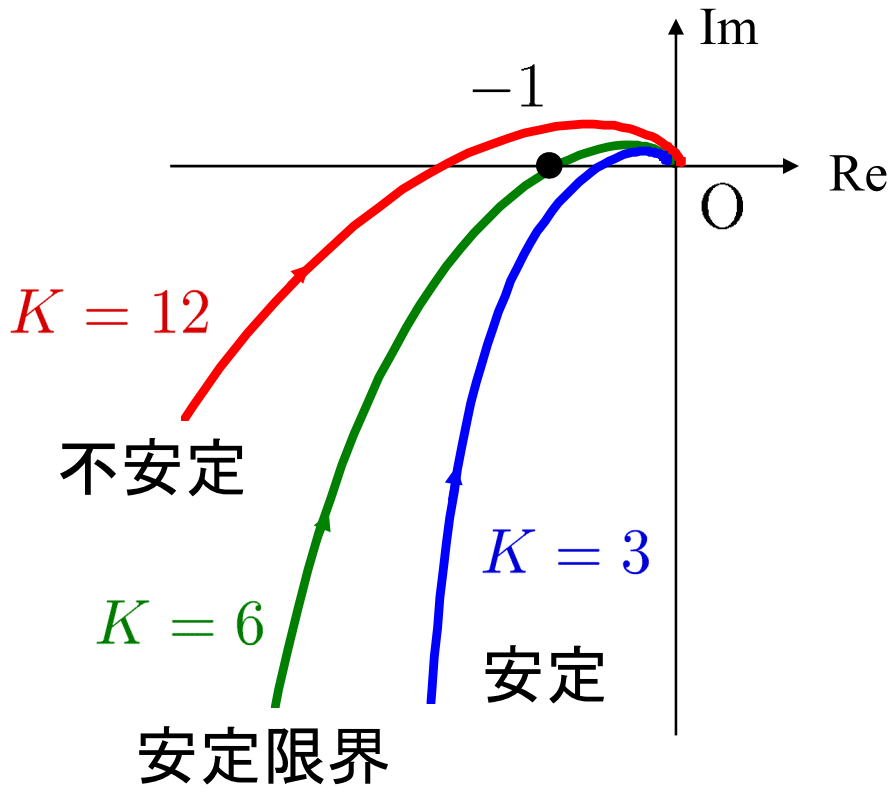
ちょうど点 $(-1, 0)$ を通過する

$\Rightarrow$ 安定限界

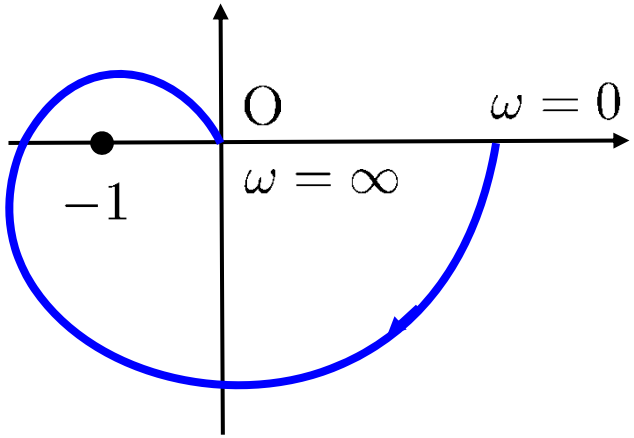
$K = 12$ のとき

点 $(-1, 0)$ を右にみるようになる

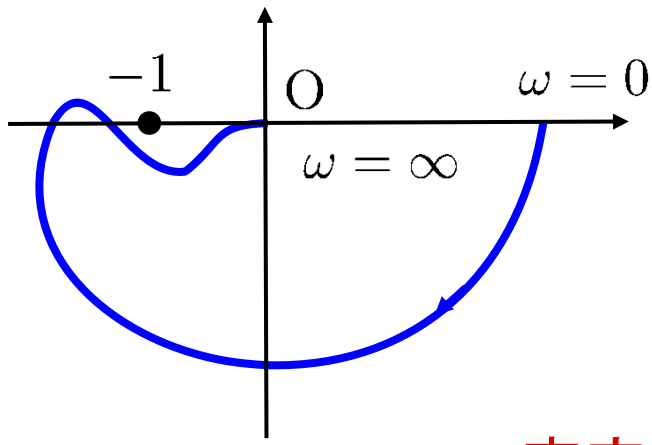
$\Rightarrow$ 不安定



[例] 簡単化されたナイキストの安定判別法 $\Pi = 0$



不安定



安定

第 6 章 :フィードバック制御系の安定性

6.2 ナイキストの安定判別法

キーワード： 簡単化されたナイキストの安定判別法

学習目標：簡単化されたナイキストの安定判別法について理解する。

[別解]

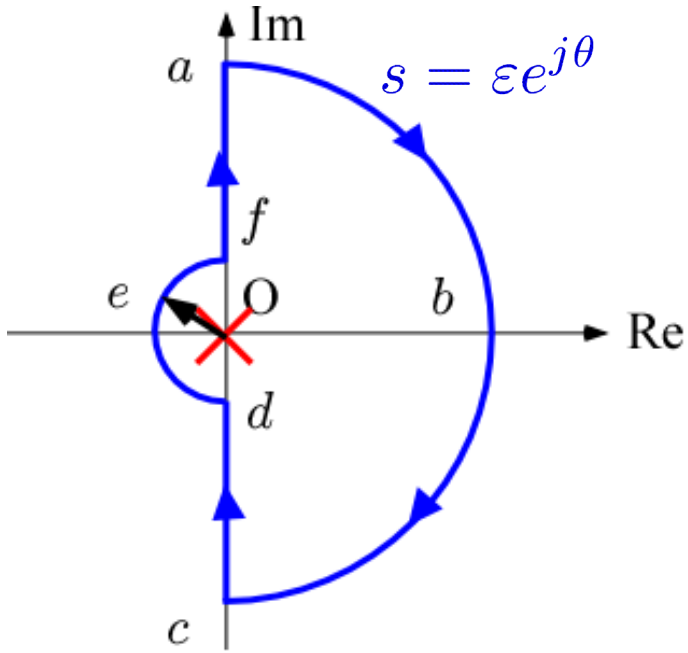
$s=0$ を回避し，左に見るように経路 $d \to e \to f$

（新たな閉曲線 C 内に $s=0$ の極は入る）

$s=0$ は不安定と仮定する

経路 $d \to e \to f$　　$s=\varepsilon e^{j\theta}\ (\varepsilon \to 0,\ -90^\circ \le \theta \le -270^\circ)$

$$\left(L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \right)$$

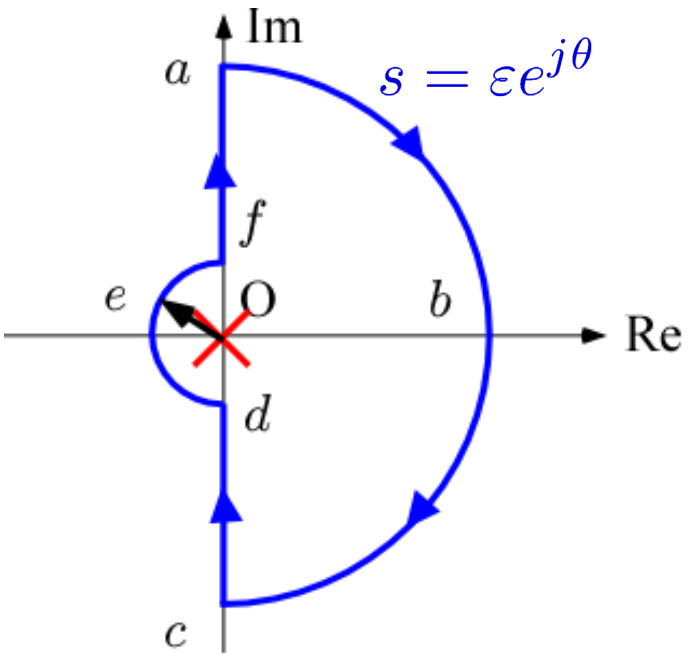


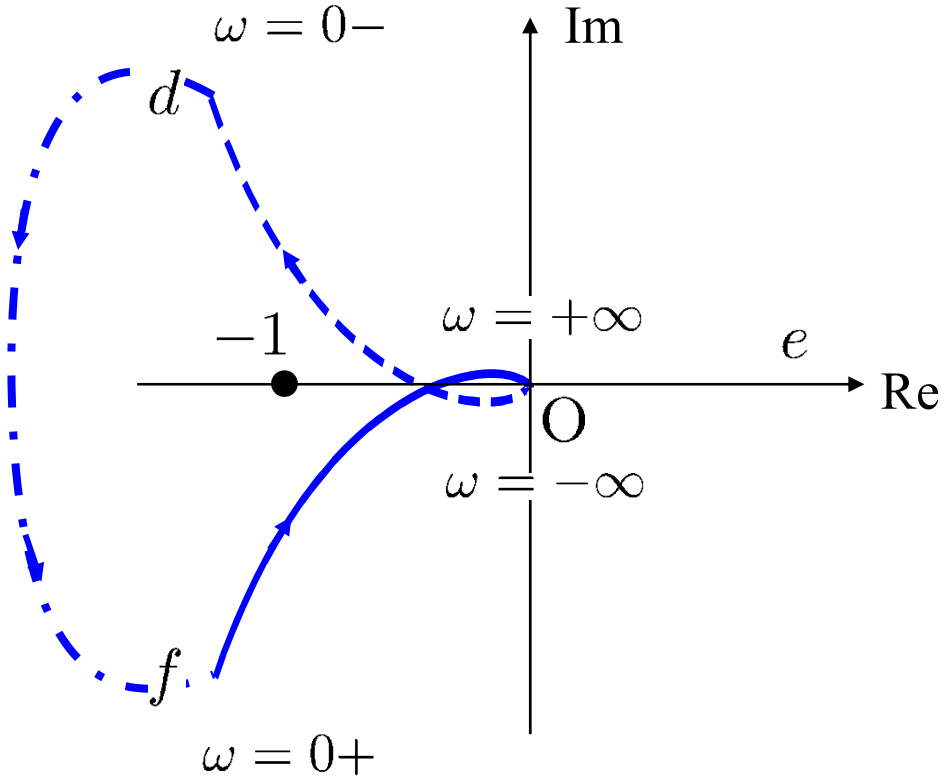
$$\lim_{\varepsilon\to 0} L(\varepsilon e^{j\theta}) = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta}(\varepsilon e^{j\theta}+1)(\varepsilon e^{j\theta}+2)}$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0} \underline{\frac{K}{2\varepsilon}}\,\underline{e^{-j\theta}}$$

半径 ∞ の円周

$+90^\circ$ から 270° へ時計方向に





［ステップ 2 ］ $N = -1$ （反時計方向に1回）

［ステップ 3 ］ $\Pi = 1$ （ $s = 0$ は不安定）

［ステップ 4 ］ $Z = N + \Pi = 0$ 制御系は安定