

第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

キーワード：ロバスト安定性, 相補感度関数

学習目標：ロバスト安定性について, その性質と条件を理解する。

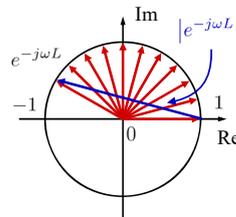
1

[例 7.4] むだ時間変動

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1} e^{-sL}, \quad 0 \leq L \leq 1$$

ノミナルモデル $P(s) = \frac{1}{s+1}$

乗法的な不確かさの大きさ $\left| \frac{\tilde{P}}{P} - 1 \right| = \left| \frac{\tilde{P} - P}{P} \right| = |e^{-j\omega L} - 1|$



乗法的な不確かさの大きさ (の上限値)

$$0 \leq \omega < \pi$$

$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq |e^{-j\omega} - 1|$$

$$\omega \geq \pi \quad (\because 0 \leq L \leq 1)$$

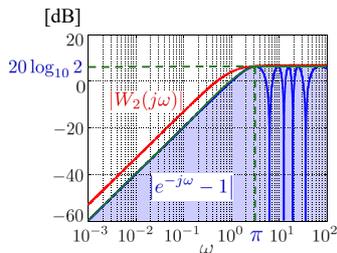
$$|e^{-j\omega L} - 1| \leq 2$$

2

不確かさの周波数重み

$$W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$$

起こりうる不確かさをすべてカバーしている。



$P(s) = \frac{1}{s+1}$, $W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$ として, 図 7.8 むだ時間変動に対する周波数重み関数

モデル集合 $\mathcal{P} = \{(1 + \Delta(s)W_2(s))P(s), |\Delta(j\omega)| \leq 1, \forall \omega\}$

を考えると, 任意の $\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1} e^{-sL}$, $0 \leq L \leq 1$ はこのモデル集合の中に含まれる。

3

7 フィードバック制御系のロバスト性解析
7.2 ロバスト安定性

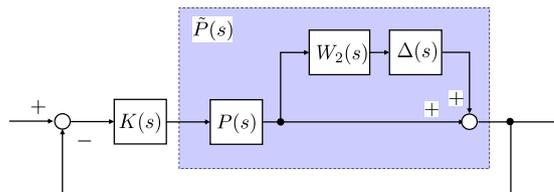


図 7.9 乗法的な不確かさを有するフィードバック系

モデルに不確かさがある場合でも, 内部安定性は保たれるのか?

ロバスト安定性とは

コントローラ $K(s)$ が集合 \mathcal{P} に属するすべての $\tilde{P}(s)$ に対して内部安定性を保証すること

4

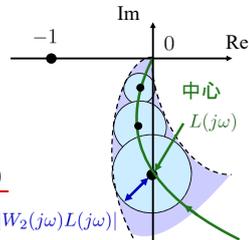
不確かなモデル

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

不確かな開ループ伝達関数

$$\begin{aligned} \tilde{L}(s) &= \tilde{P}(s)K(s) \\ &= (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)K(s) \\ &= \frac{L(s)}{L(s)} + \Delta(s)W_2(s)L(s) \end{aligned}$$

開ループの帯



任意の $\tilde{L}(s)$ について, そのベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をまわらなければ安定

(\because ナイキストの安定判別法)

5

\tilde{L} のベクトル軌跡

$$|\tilde{L} - L| = |\Delta W_2 L| \leq |W_2 L|$$

半径 $|W_2 L|$, 中心 L の円盤の内側

$$|-1 - L| = |1 + L|$$

-1 と L の距離



$|W_2 L| < |1 + L|$, $\forall \omega$ ならば

任意の \tilde{L} について, そのベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をまわらない。

ロバスト安定

$$\left| \frac{W_2 L}{1 + L} \right| < 1, \quad \forall \omega$$

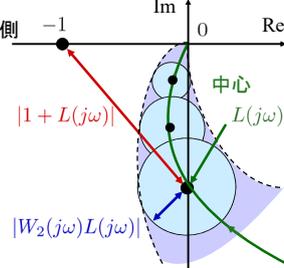
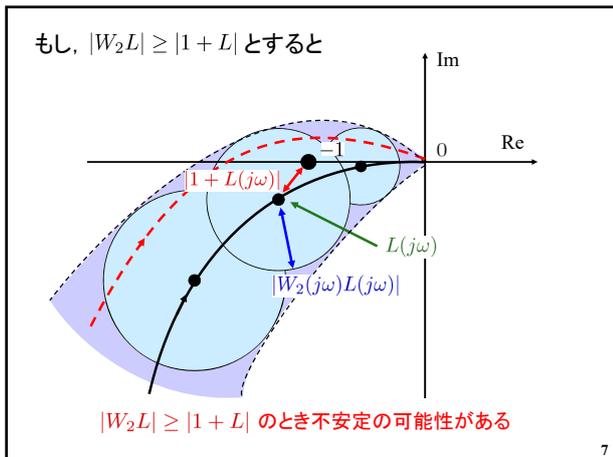


図 7.10 ベクトル軌跡によるロバスト安定性

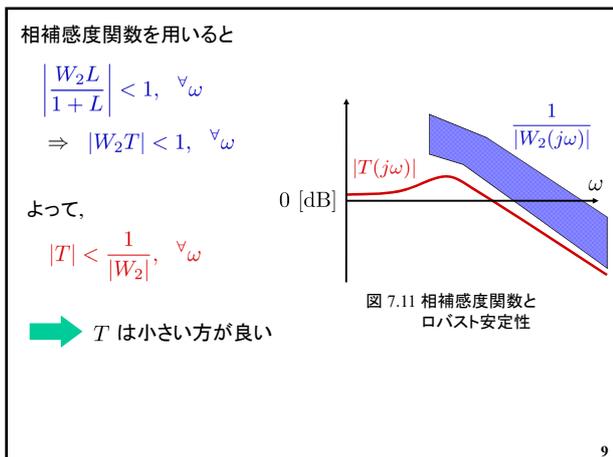
6



相補感度関数
 $T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)}$: $r \rightarrow y$ への伝達関数

感度関数
 $S(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)}$ より,
 $S(s) + T(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)} + \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = 1$

8



第 7 章 : フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

キーワード : ロバスト安定性, 相補感度関数

学習目標 : ロバスト安定性について, その性質と条件を理解する。

10