

# 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

## 8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。

# 位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \quad (\alpha_1 < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み  $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$

[注] 高周波ゲイン→大

➡ ノイズ増幅  
ロバスト安定性の劣化

位相が最も進む角周波数  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$

位相進みの最大値  $\sin \phi_{\max} = \frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$

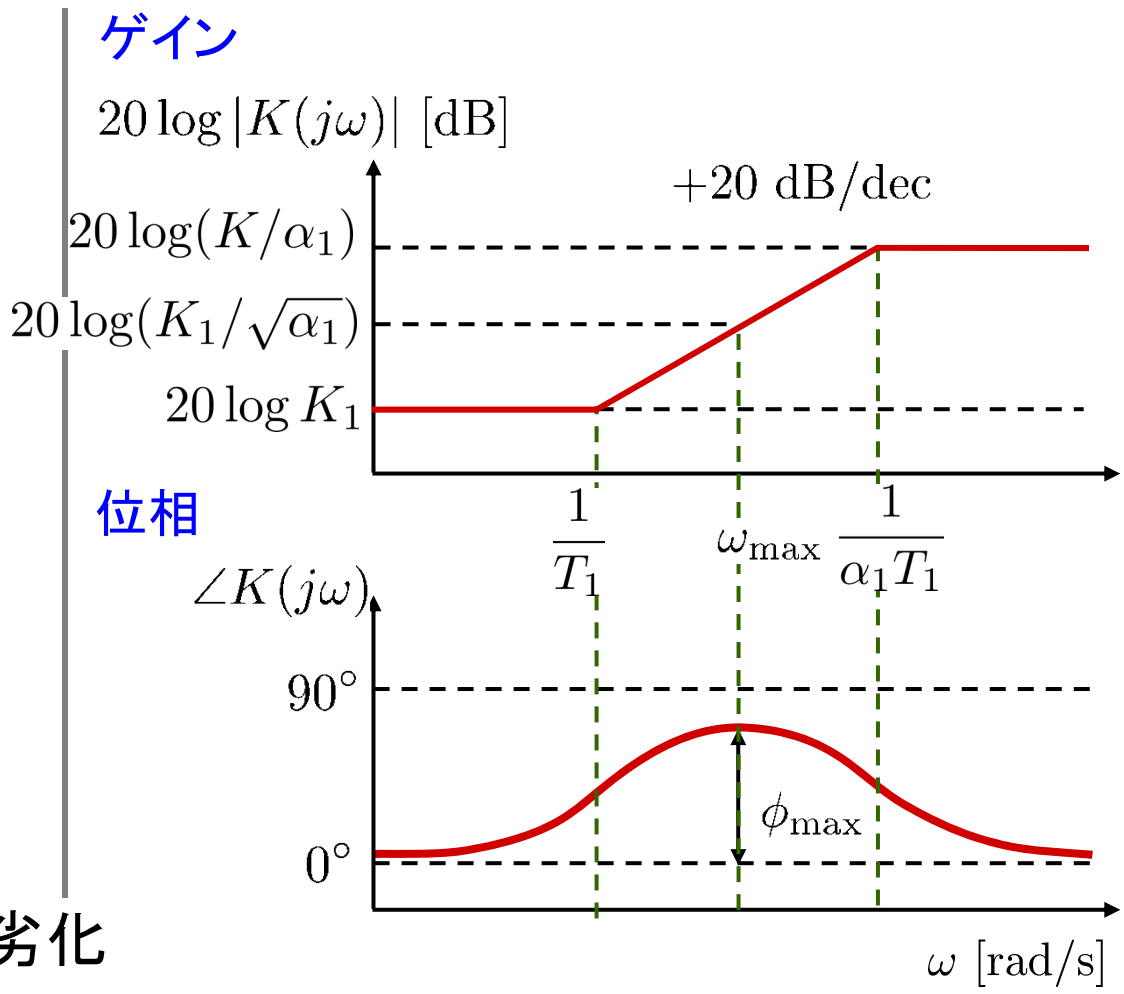


図8.13 位相進み補償のボード線図

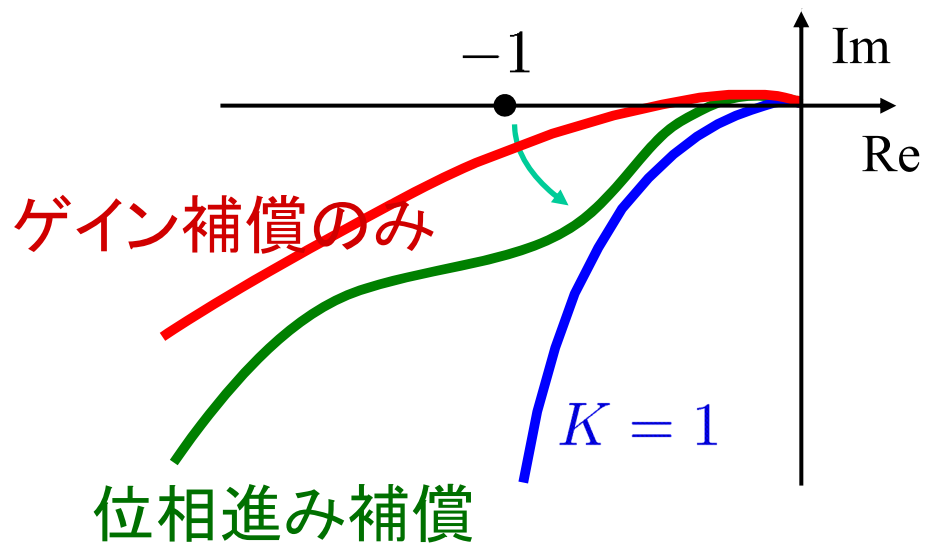
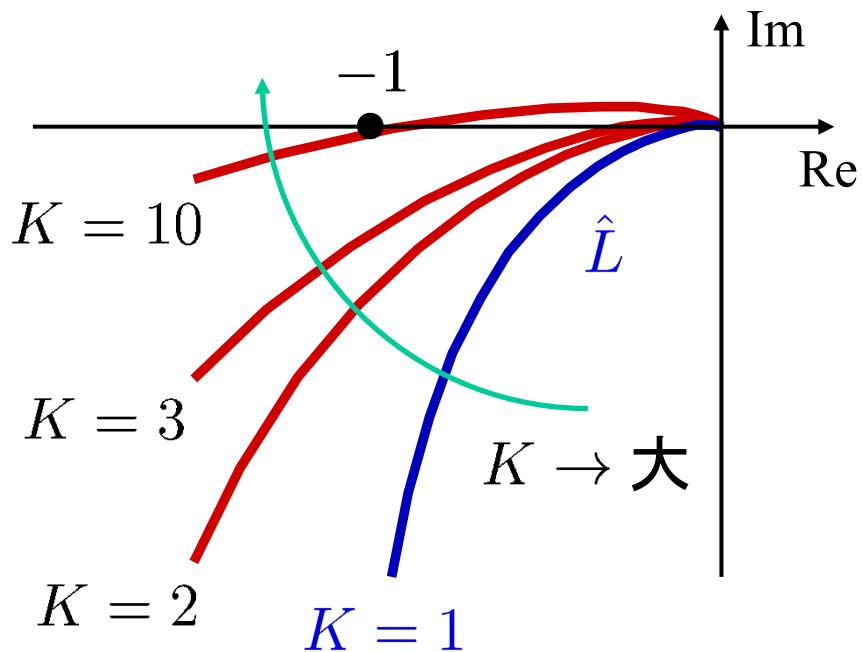
# ベクトル軌跡で見る位相進み補償

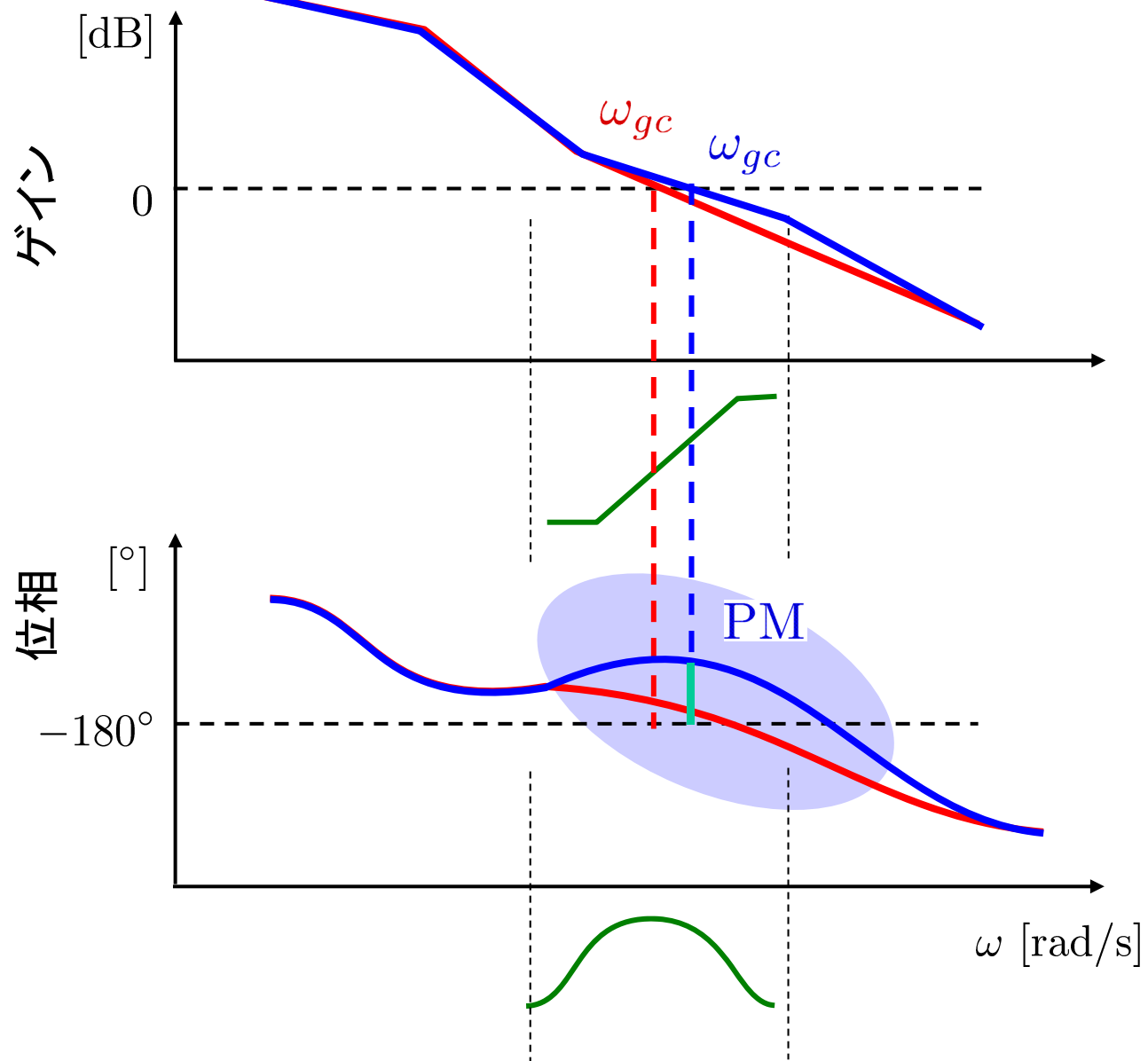
制御対象  $P(s)$

$$\hat{L} = PK \quad K : \text{ゲイン補償}$$

位相進み補償

位相余裕を増加させる





## 位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、  
ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。

[ステップ2] [ステップ1]の  $K_1$  を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$  のボード線図を描き、その位相余裕  $P\hat{M}$  を評価する。

与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $P\hat{M}$  との差  $\hat{\phi} = PM - P\hat{M}$  が、必要な位相進み量となる。

これに適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し、

$\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$  と定める。

[ステップ3]  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から、パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、  
ゲインが  $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$  倍に上がる。

そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1}$  ( $= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$  [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{\max}$  とおく。

[ステップ5]  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$  から、パラメータ  $T_1$  の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は、  
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}$ ,  $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  となる。

[ステップ6] 以上で設計パラメータ  $K_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $T_1$  が定められたので、

$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$  から、位相進み補償を構成する。

## [例 8.4]

制御対象

$$P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$$

性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)  $\omega_{gc} \geq 2$

位相余裕(減衰特性)  $PM \approx 40^\circ$

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、  
ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。

ゲイン補償  $K_1 = 5$

開ループ伝達関数

$$\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$$

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} = 2.1 > 2$$

$\omega_{gc} \geq 2$  を満たす OK

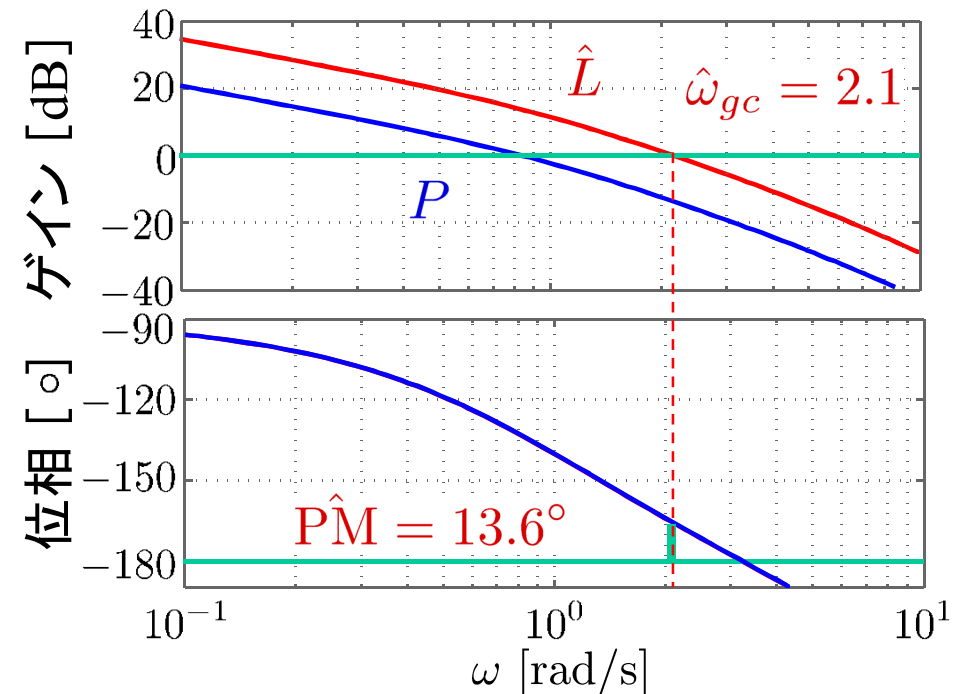


図8.14 開ループ特性

[ステップ2] [ステップ1]の  $K_1$ を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$  のボード線図を描き, その位相余裕  $\hat{PM}$  を評価する。  
 与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $\hat{PM}$  との差  $\hat{\phi} = PM - \hat{PM}$  が, 必要な位相進み量となる。  
 これに適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し,  
 $\phi_{\max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$  と定める。

位相余裕  $\hat{PM} = 13.6^\circ$

性能仕様は  $PM \approx 40^\circ$

➡  $\hat{\phi} = PM - \hat{PM}$   
 $= 40 - 13.6 = \underline{26.4^\circ}$   
 (必要な位相進み量)

➡  $\phi_{\max} = \hat{\phi} + \underline{10^\circ} = 36.4^\circ$   
 (マージン)

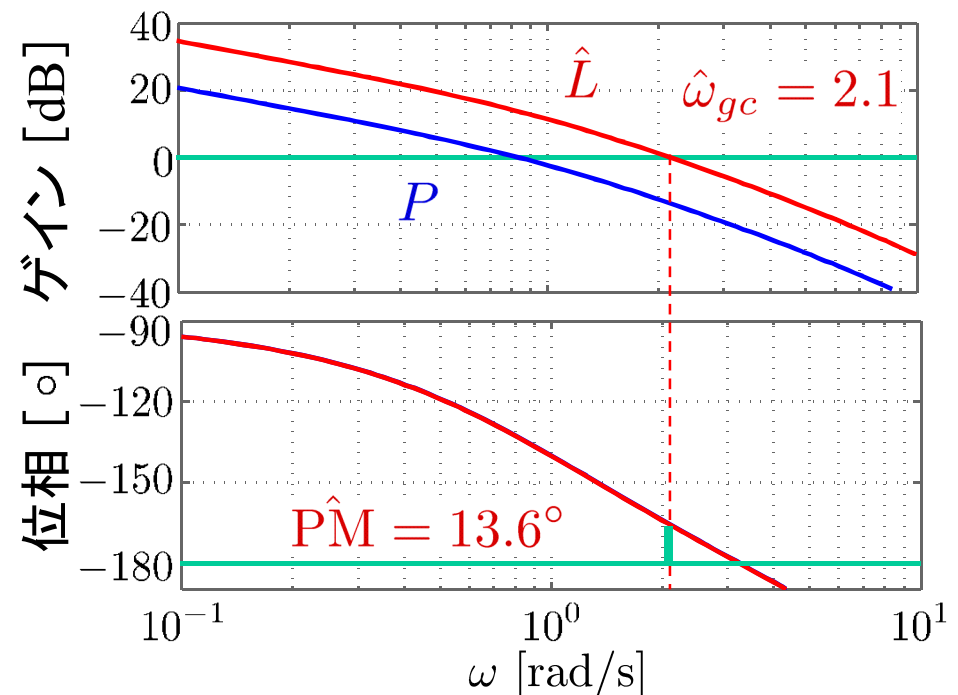


図8.14 開ループ特性



[ステップ3]  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から、パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

$$\phi_{\max} = 36.4^\circ$$

➔  $\alpha_1 = 0.255$

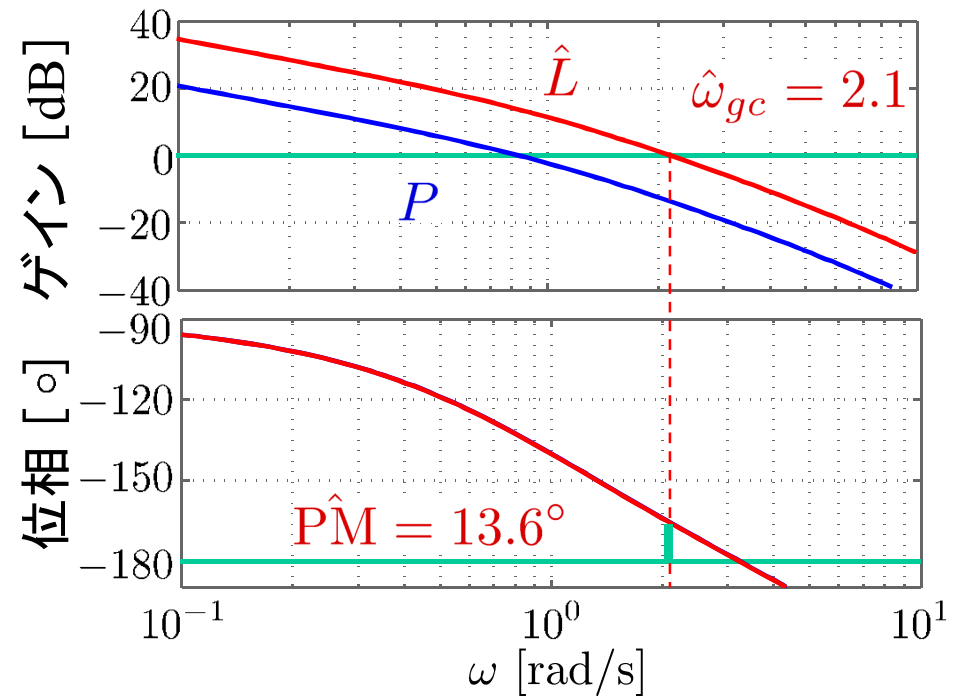


図8.14 開ループ特性 9

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、ゲインが  $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$  倍に上がる。  
 そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1}$  ( $= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$  [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{\max}$  とおく。

$|\hat{L}(j\omega_{\max})| = \sqrt{\alpha_1} = 0.505$   
 に下がっている。  
 (後で 0 dB に上がる。)

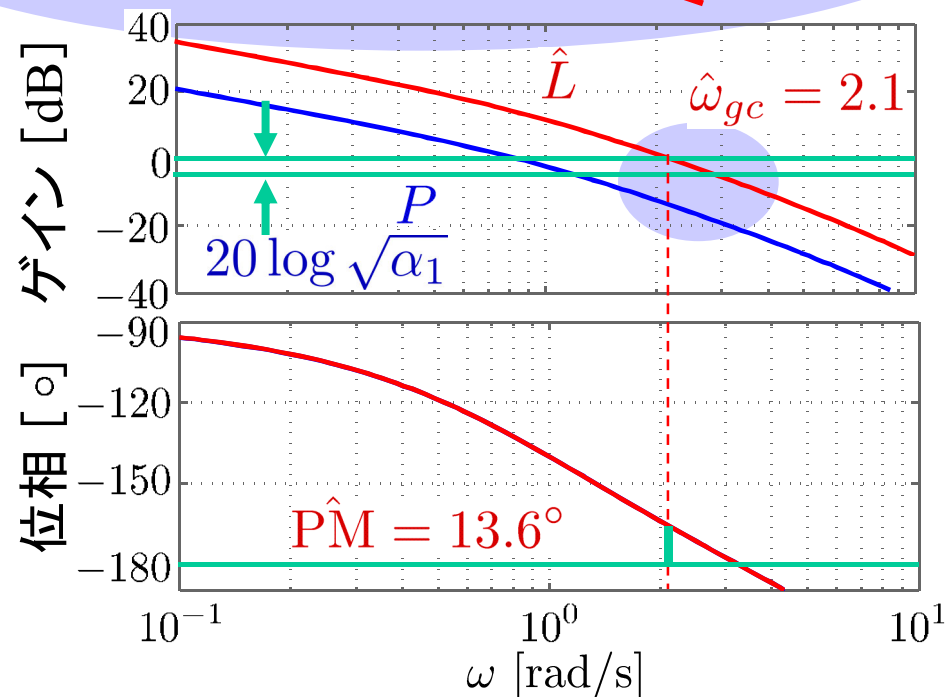
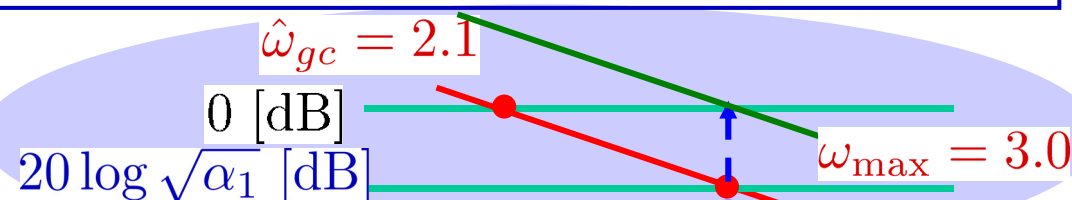
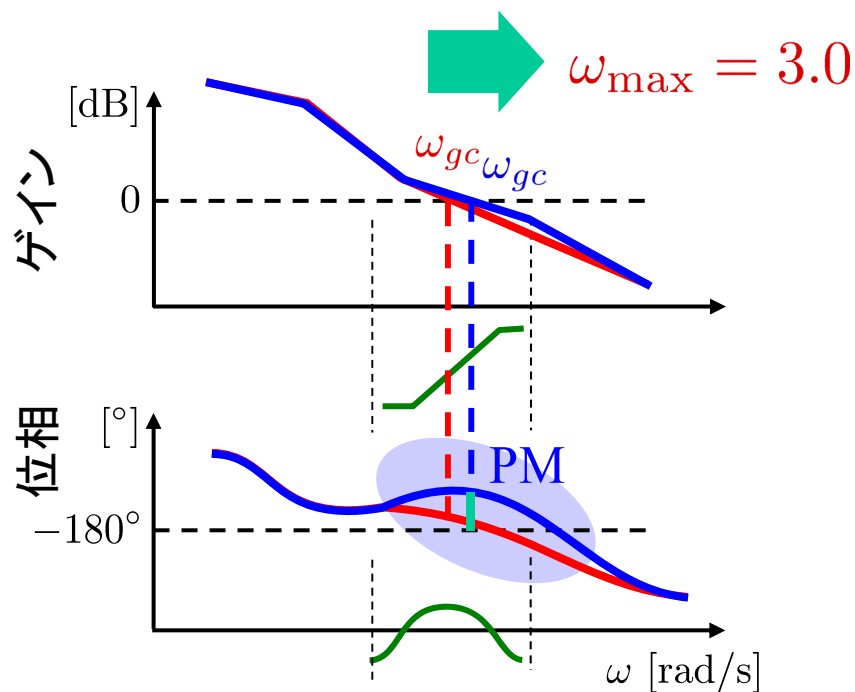


図8.14 開ループ特性

[ステップ5]  $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}}$  から、パラメータ  $T_1$  の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は、

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \text{ となる。}$$

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{\max}}$$

$$\omega_{\max} = 3.0, \quad \alpha_1 = 0.255$$

➡  $T_1 = 0.660$

折点角周波数

$$\frac{1}{T_1} = 1.52, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = 5.94$$

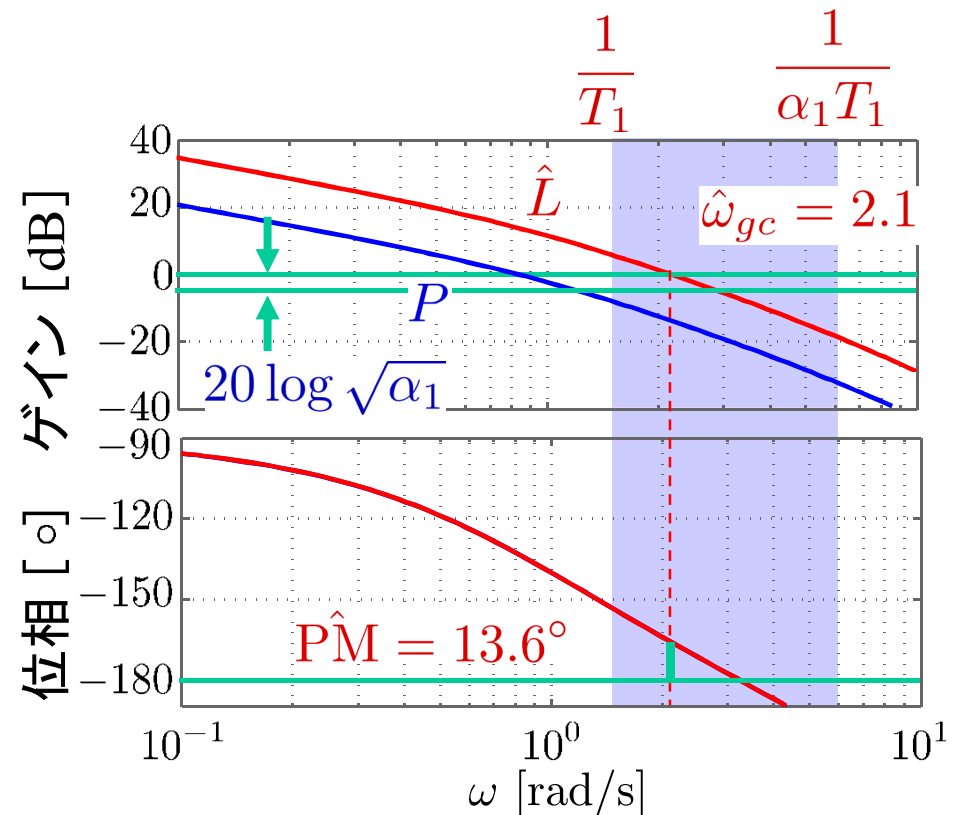


図8.14 開ループ特性

[ステップ6] 以上で設計パラメータ  $K_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $T_1$  が定められたので,

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \text{ から, 位相進み補償を構成する。}$$

## 位相進み補償

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$$

$$K_1 = 5, \alpha_1 = 0.255, T_1 = 0.660$$

$$\begin{aligned} K(s) &= 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} \\ &= \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94} \end{aligned}$$

ゲイン交差周波数  $\omega_{gc} = 3.0$

位相余裕  $PM = 38^\circ$

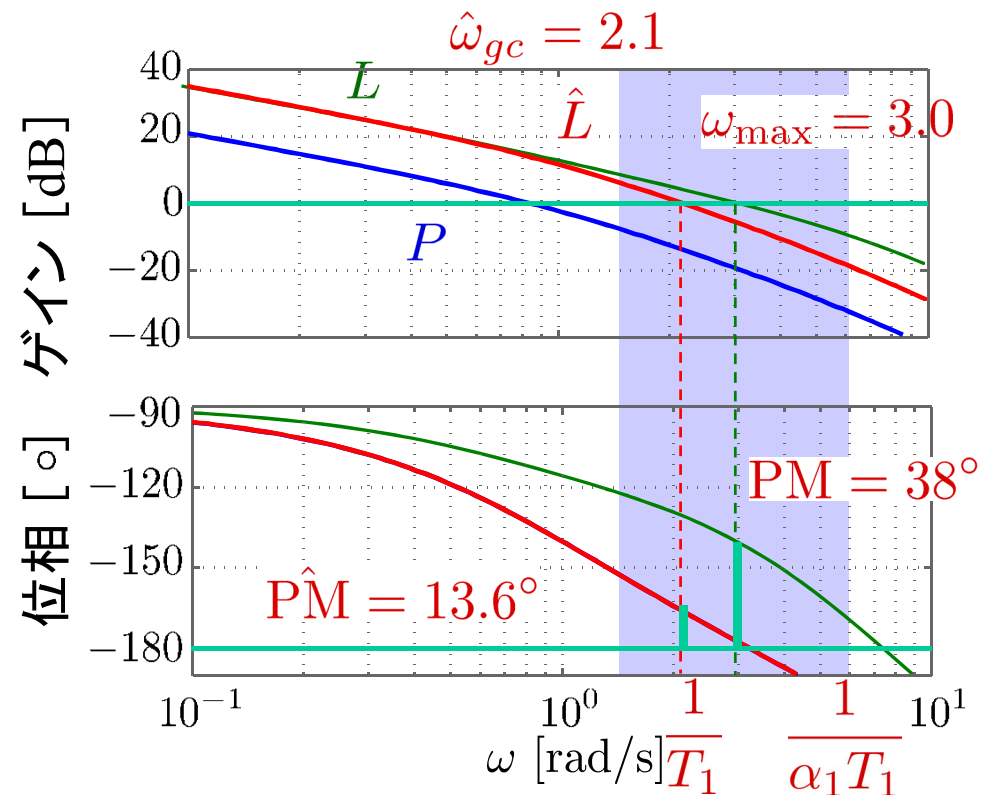


図8.14 開ループ特性

# [CHECK]

## 性能仕様

ゲイン交差周波数(速応性)

$$\omega_{gc} \geq 2$$

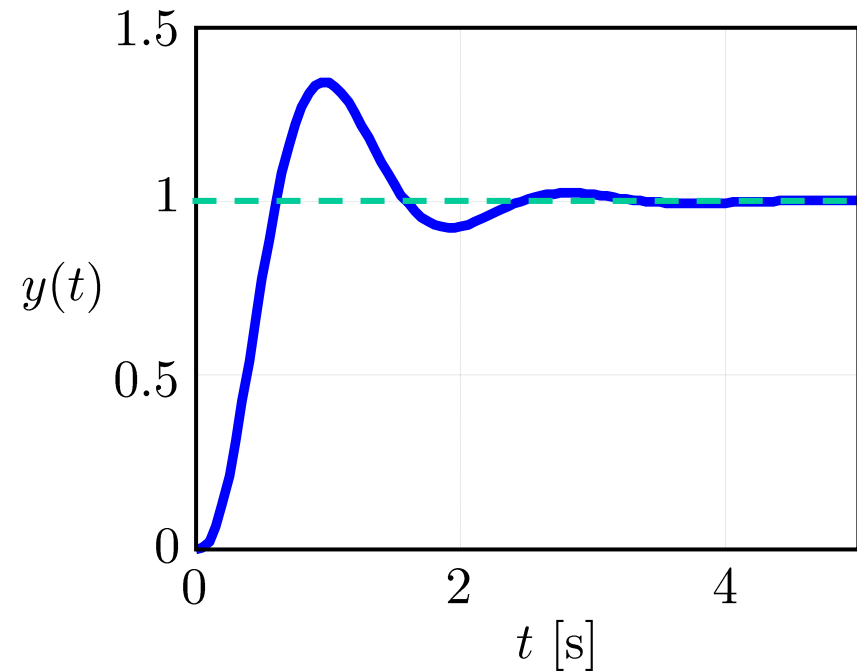
位相余裕(減衰特性)

$$PM \approx 40^\circ$$

$$\omega_{gc} = 3.0(= \omega_{\max}) \text{ OK}$$

$$PM \simeq 38^\circ \text{ OK}$$

ステップ応答 OK



# MATLAB演習

制御対象 (モータ)

$$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

性能仕様


ゲイン交差周波数 (速応性)  $\omega_{gc} \geq 20$

位相余裕 (減衰特性)  $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1] [ステップ2] file9\_1.m を実行

- 速応性が性能仕様  $\omega_{gc} \geq 20$  を満たすように  $K_1$  を設計せよ。
- 設計した  $K_1$  のときのゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕  $PM$  を求めよ。

file9\_1.m

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
K1 = 1;  %  
% ----- %
```

## [ステップ2]

- 性能仕様の位相余裕  $PM = 40^\circ$  と[ステップ1]で求めた  $P\hat{M}$  との差  $\hat{\phi} = PM - P\hat{M}$  を答えよ。
- $\hat{\phi}$  に適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し,  $\phi_{\max}$  を答えよ。

## [ステップ3] file9\_2.m を実行

- $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$  から, パラメータ  $\alpha_1$  の値を答えよ。

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
phimax = 1;  
% ----- %
```

$\phi_{\max}$  の値をここに入れる



## MATLABの画面で確認

```
-----  
alpha1 = xxxxxxx  
-----
```

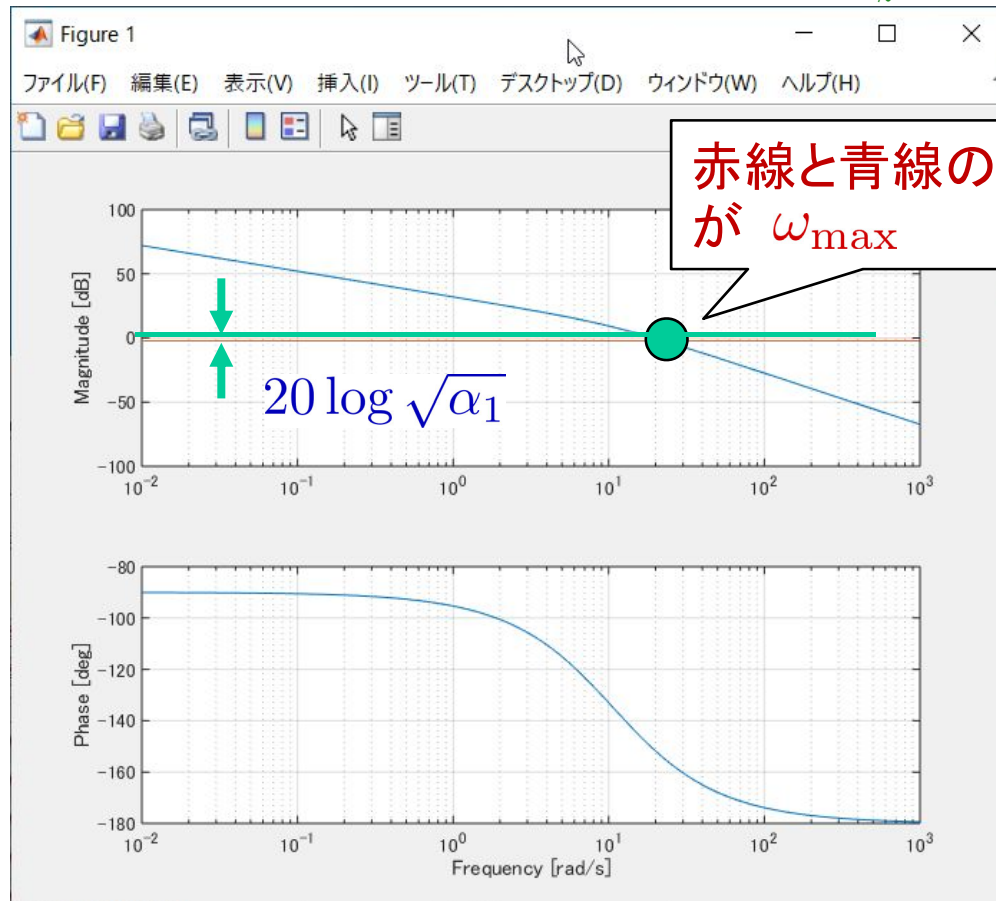
Xxxx に値が出る

## [ステップ4] file9\_3.m を実行

$|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1}$  ( $= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$  [dB]) である角周波数  $\omega_{\max}$  を答えよ。

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
K1 = 1;  
alpha1 = 1;  
% ----- %
```

$K_1, \alpha_1$  の値をここに入れる





## [ステップ5] file9\_4.m を実行

- $$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{\max}}$$

から、パラメータ  $T_1$  の値を求めよ。

- 折点角周波数

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \quad \text{を求めよ。}$$

```
% ----- %  
% 入力  
% ----- %  
omega_max = 1;  
alpha1 = 1;  
% ----- %
```

$\omega_{\max}$ ,  $\alpha_1$  の値をここに入れる



## MATLABの画面で確認

```
-----  
T1 = xxxxxx  
1/T1 = xxxxxx  
1/alpha1*T1 = xxxx  
-----
```

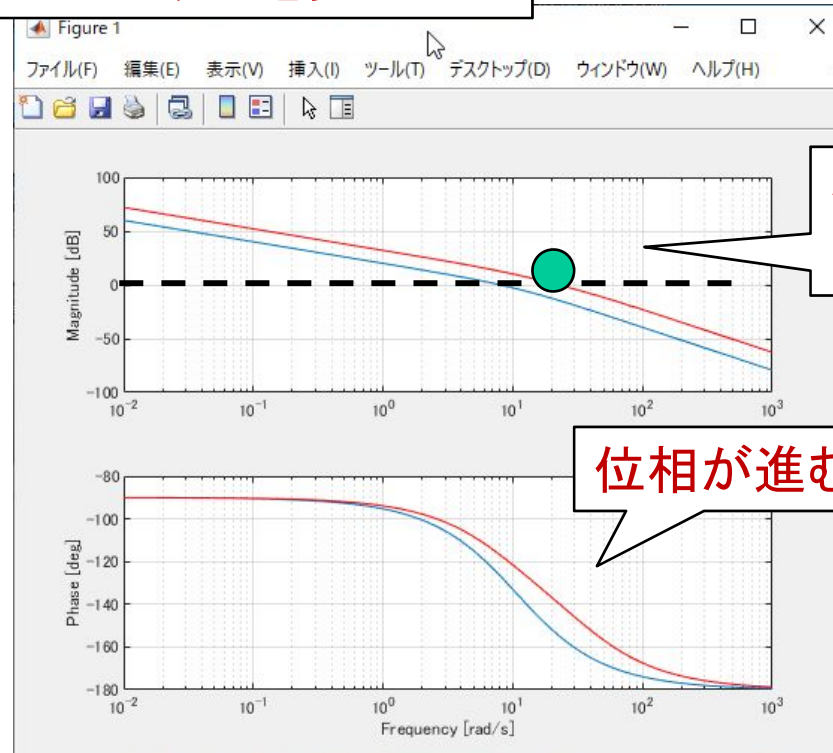
$X_{xxx}$  に値が出る

## [ステップ6] file9\_5.m を実行

- 設計パラメータ  $K_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $T_1$  を入れて, **ゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕 PM を求めよ。**

```
% ----- %  
% 入力 ----- %  
K1 = 1;  
alpha1 = 1;  
T1 = 1;
```

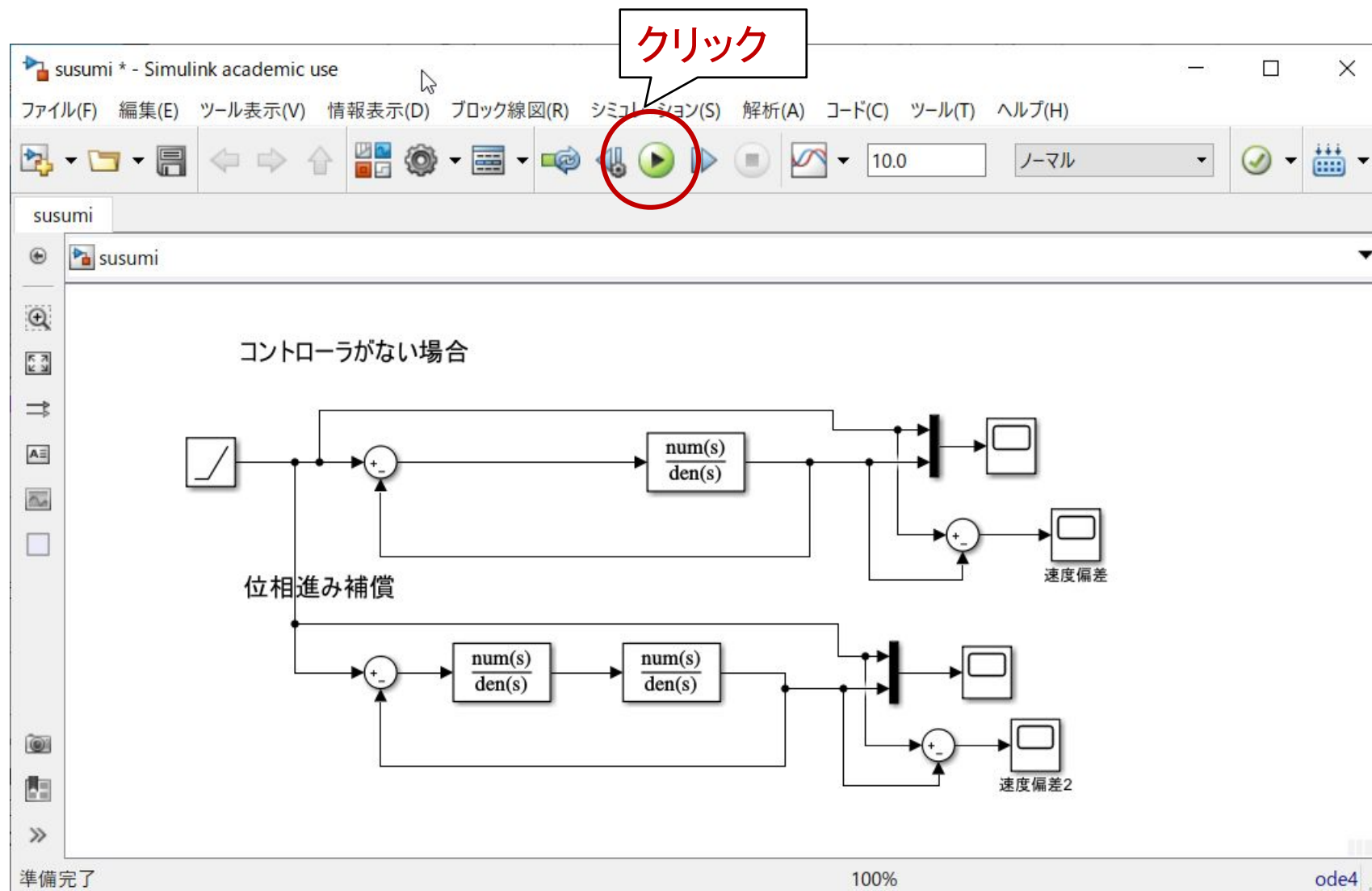
この数字を変える



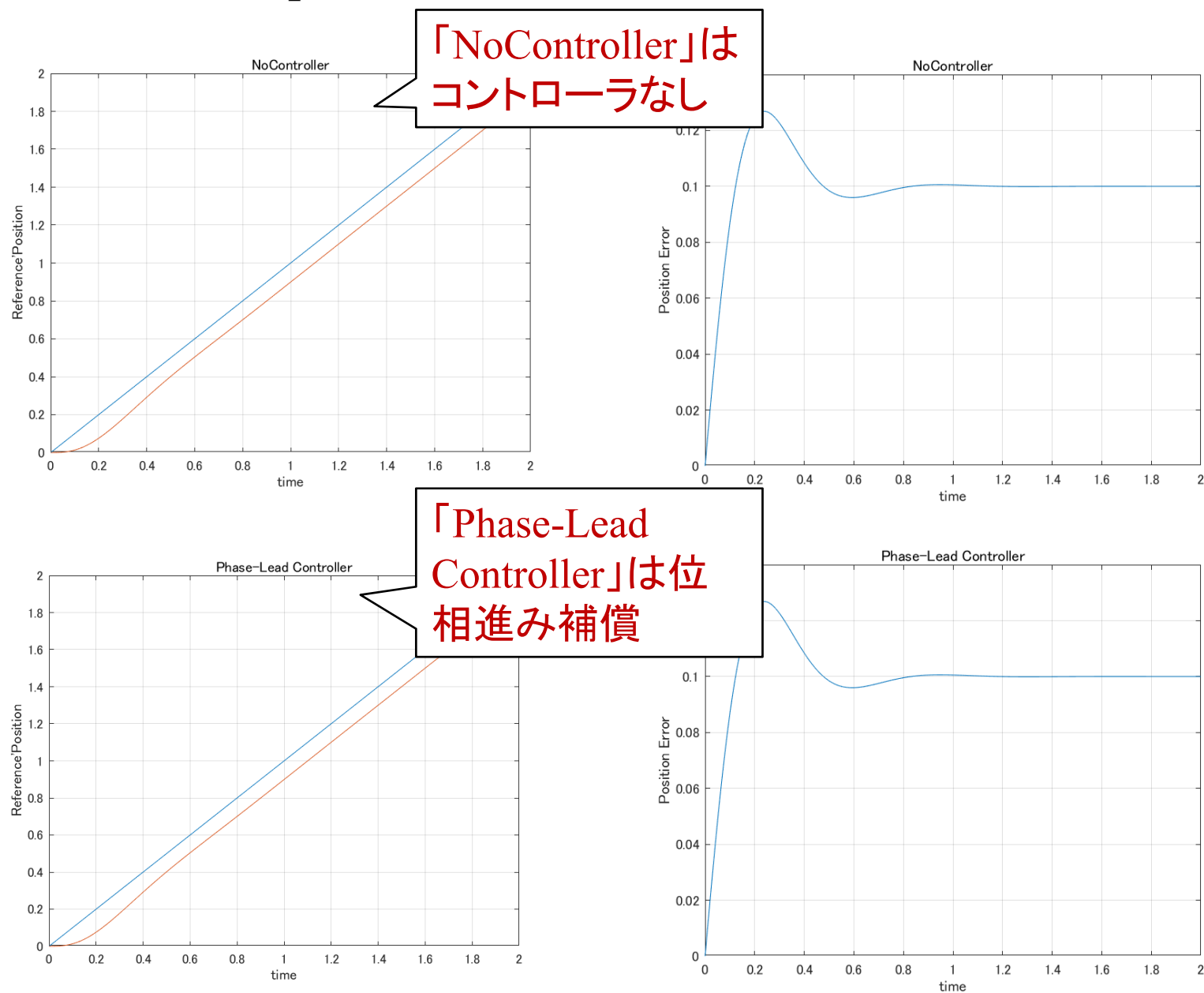
ゲイン交差周波数  
が進む

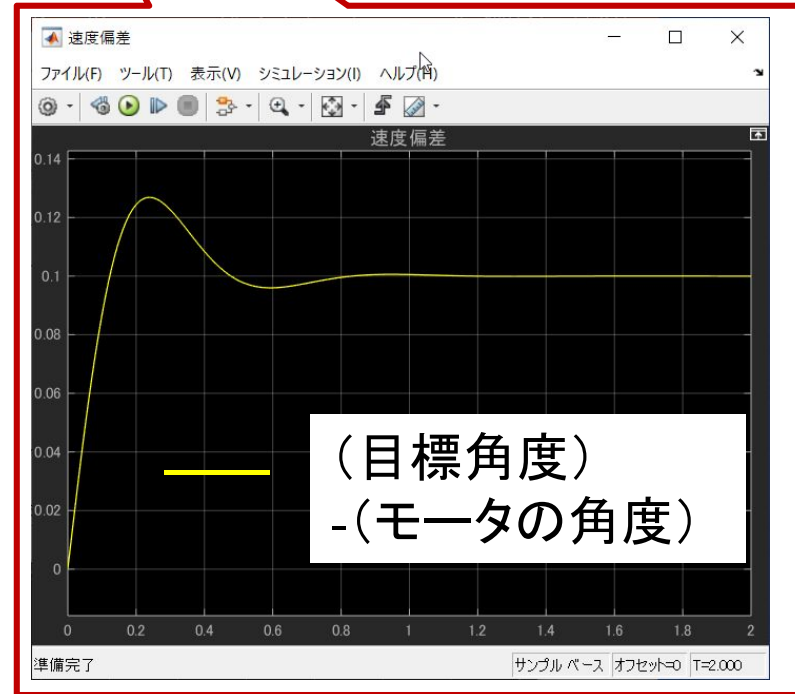
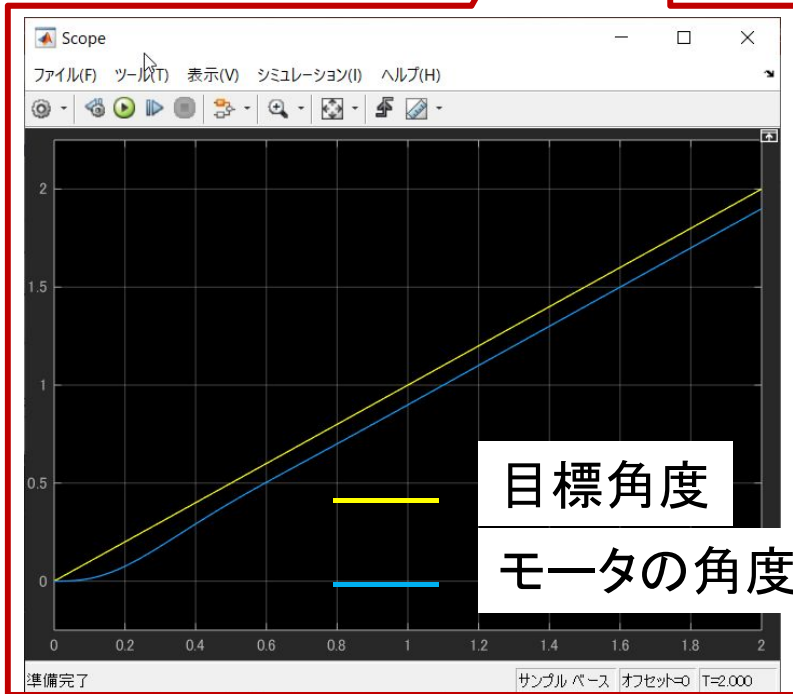
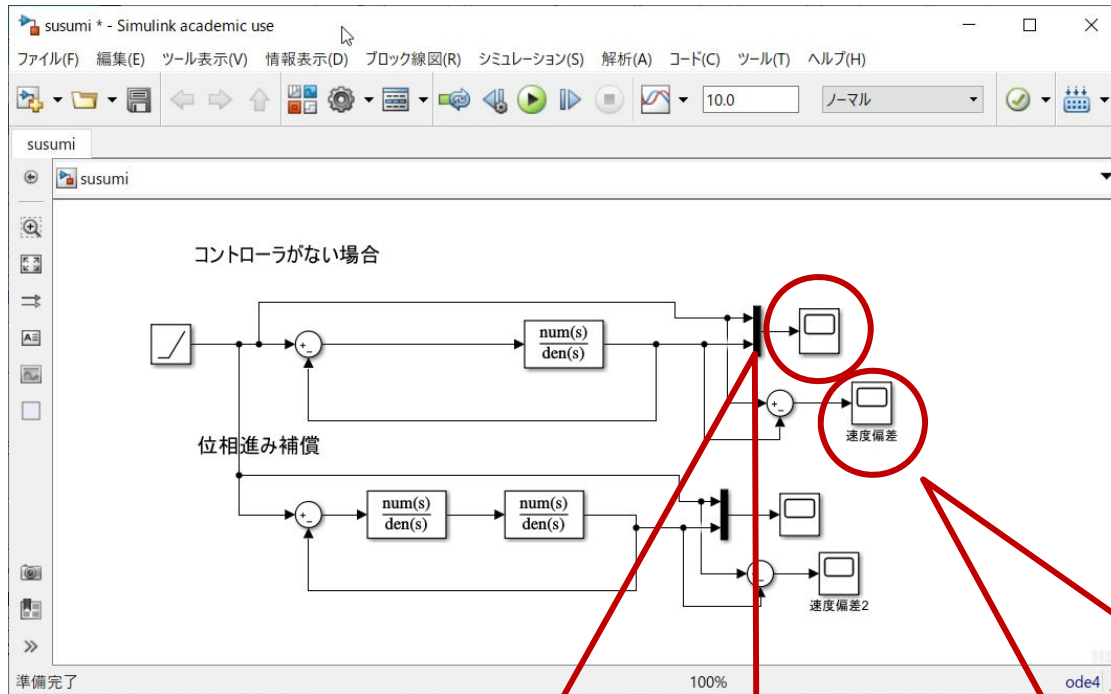
位相が進む

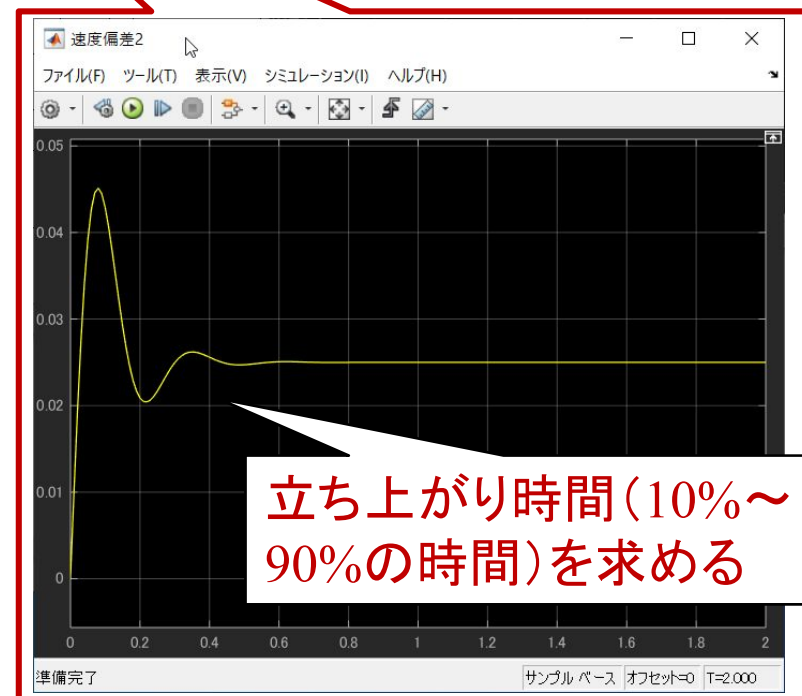
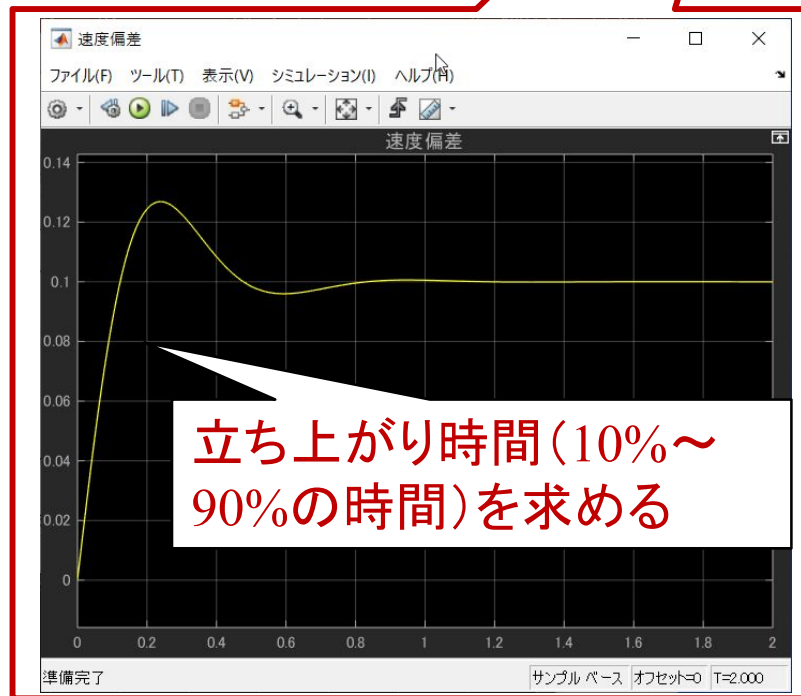
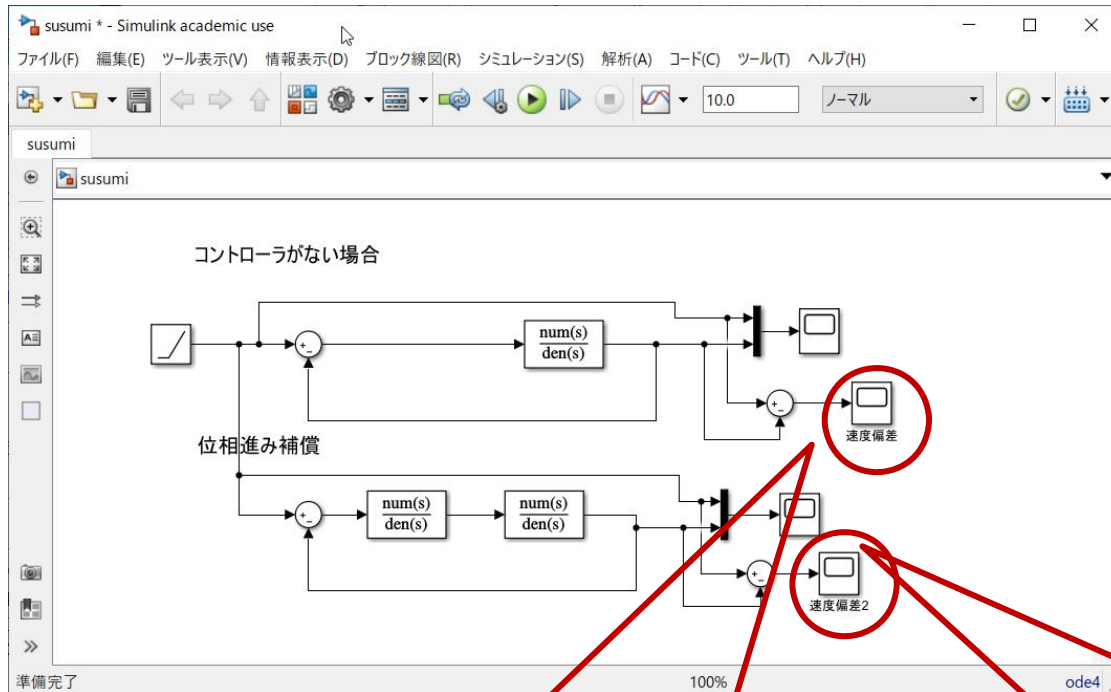
# [CHECK] susumi.mdl を開く



# [CHECK] dataplot.m を実行







## 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

### 8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。