

第 6 章 : フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数,
位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や
位相余裕について理解する。

6 フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

位相交差周波数 ω_{pc}

ベクトル軌跡が負の実軸を横切る点 P に対応
位相が -180° になる

ゲイン交差周波数 ω_{gc}

ゲインがちょうど 1 になる点 G に対応
単位円を横切る

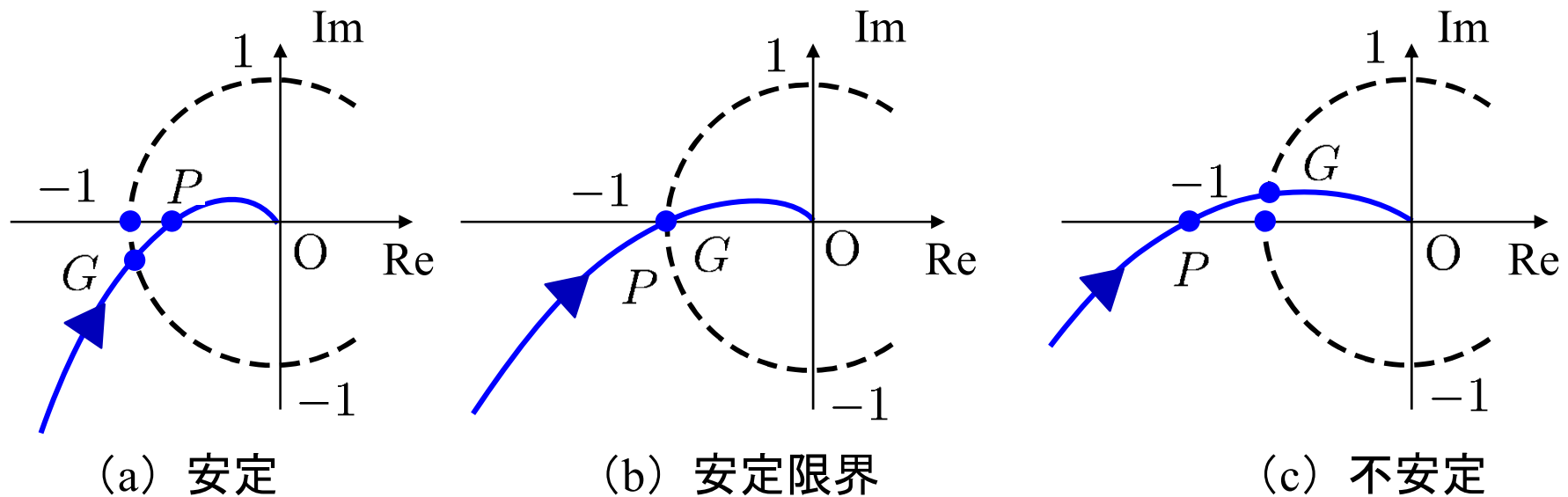


図6.11 ベクトル軌跡と安定性

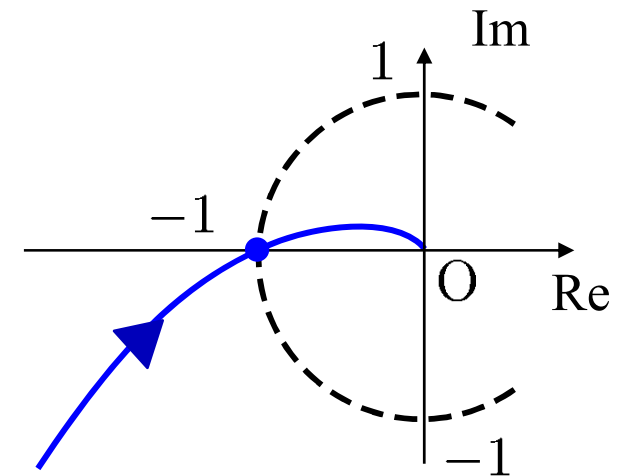
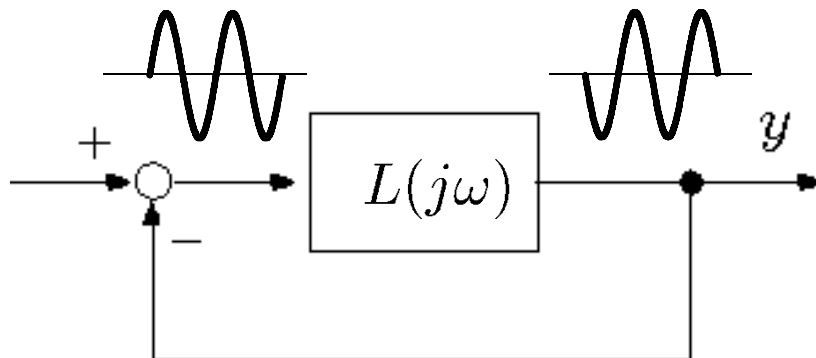
(1) 安定限界

ベクトル軌跡がちょうど点 $(-1, 0)$ の上を通る

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$$

ω_{pc} : ベクトル軌跡の位相が
 -180° になる周波数



(b) 安定限界

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

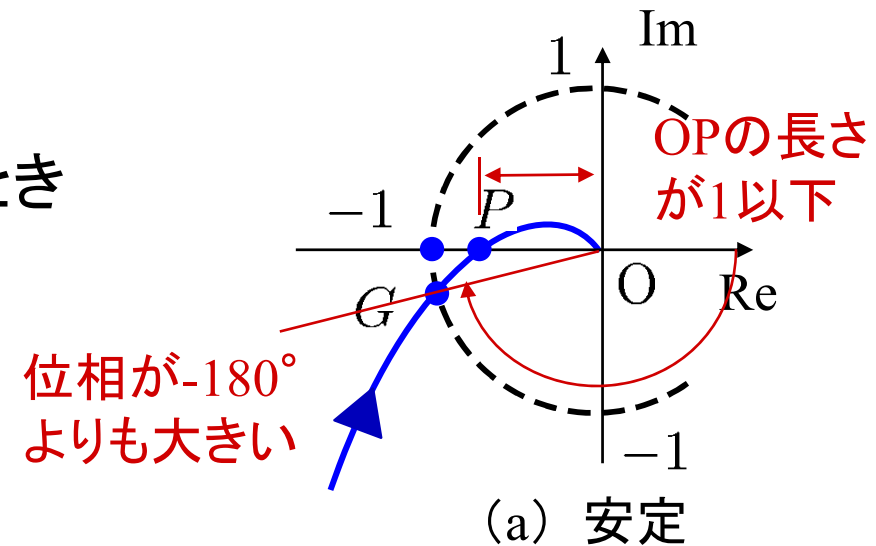
(2) 安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| < 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$ のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) > -180^\circ$$



(3) 不安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| > 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$ のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) < -180^\circ$$

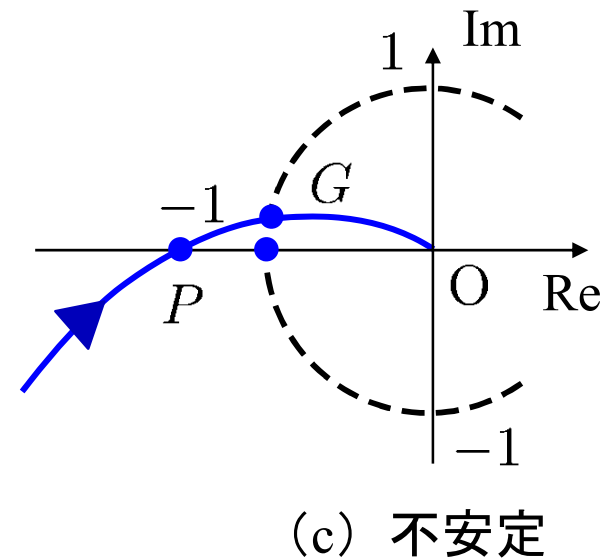


図6.11 ベクトル軌跡と安定性

ベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ からある程度離れているならば、**安定余裕**がある。

ゲイン余裕 GM

あとどれだけゲインを増やすと制御系が不安定になるか。

$$GM = 20 \log \frac{1}{OP} \quad [\text{dB}]$$

位相余裕 PM

あとどれだけ位相が遅れると制御系が不安定になるか。

$$PM = \angle GOP \quad [^\circ]$$

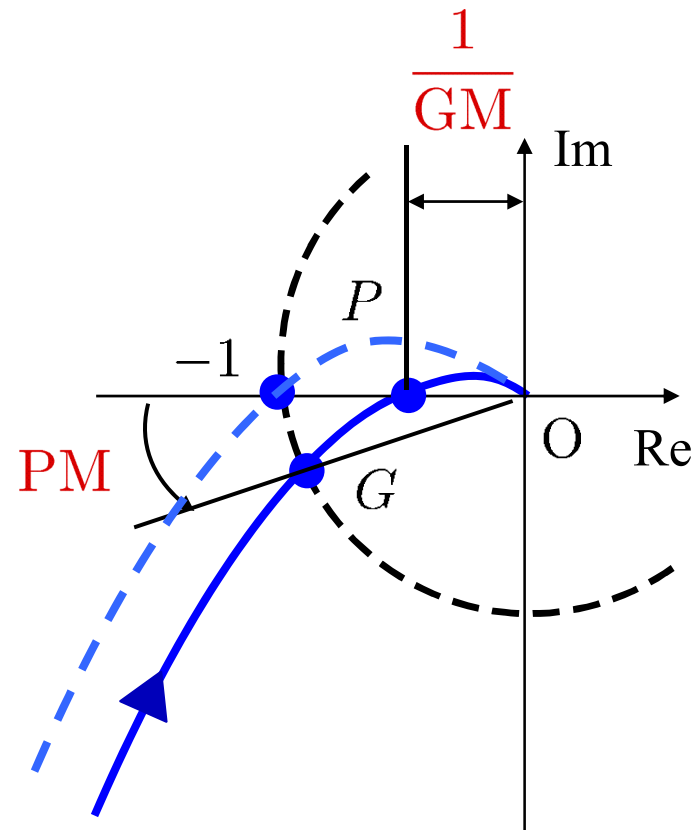
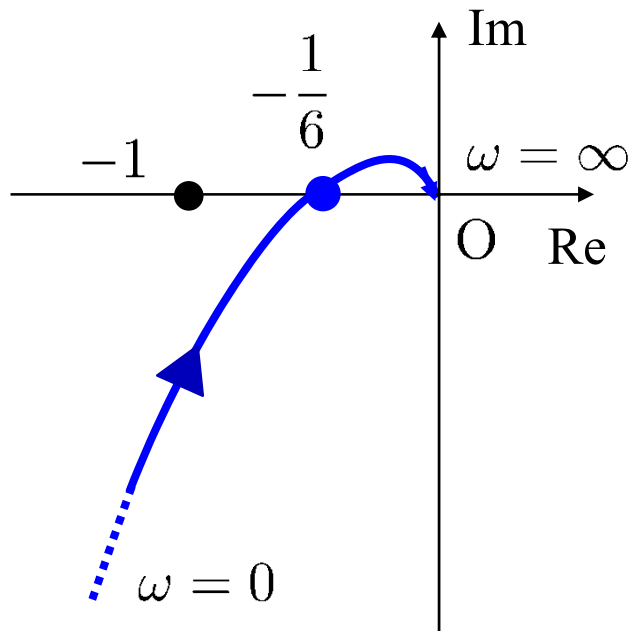


図 ゲイン余裕, 位相余裕

[例] ゲイン余裕

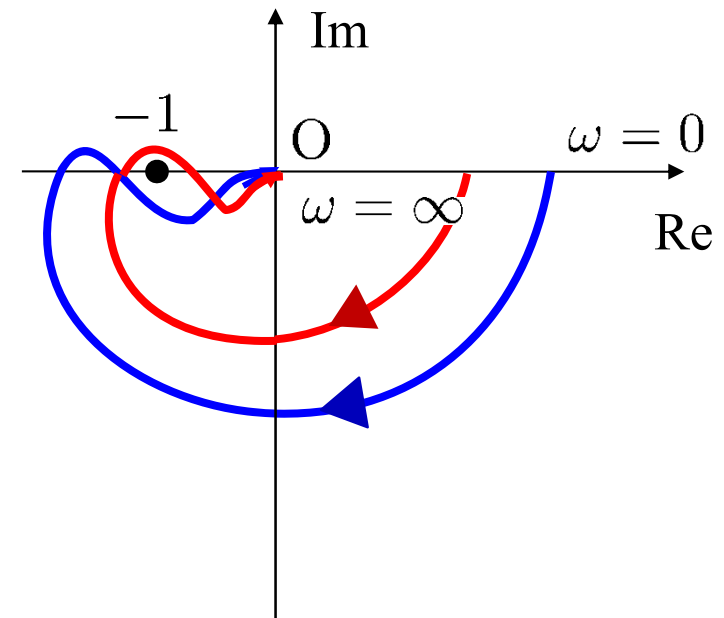
$$L(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$



安定

$$GM = 6$$

$$(GM = 20 \log 6 \text{ [dB]})$$



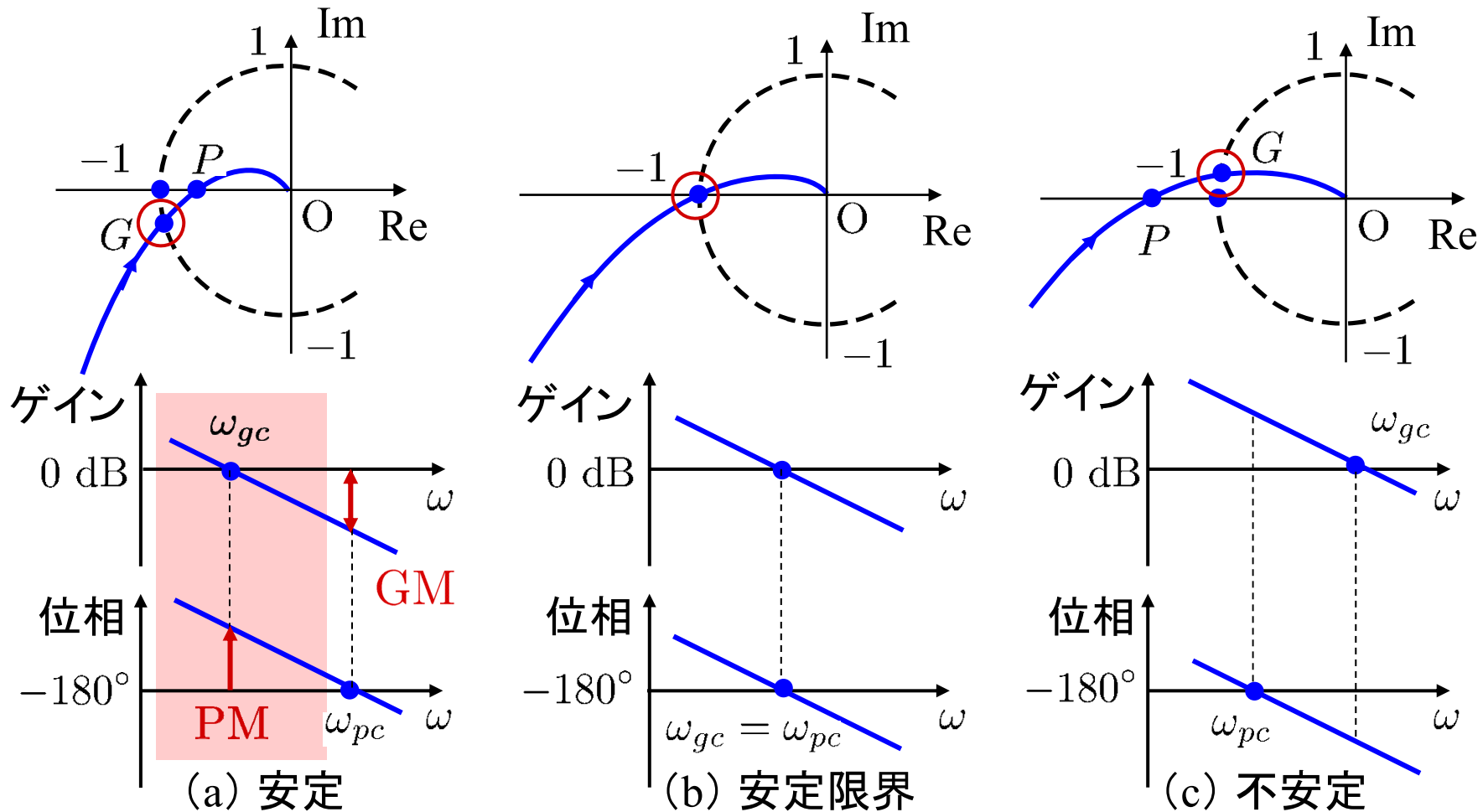
安定 (条件付安定)

$$GM = \infty$$

ゲインは大きくしても安定だが、
小さくすると不安定になる

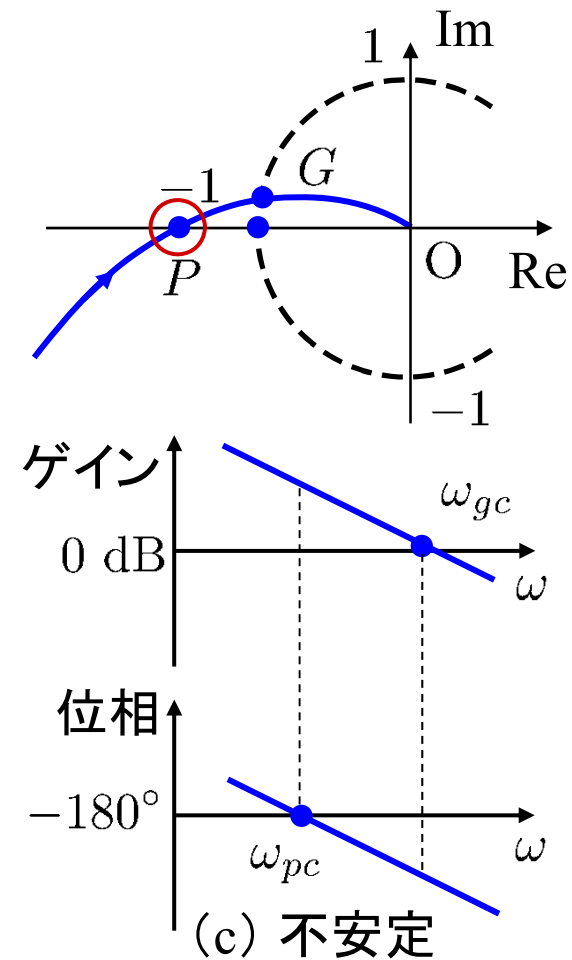
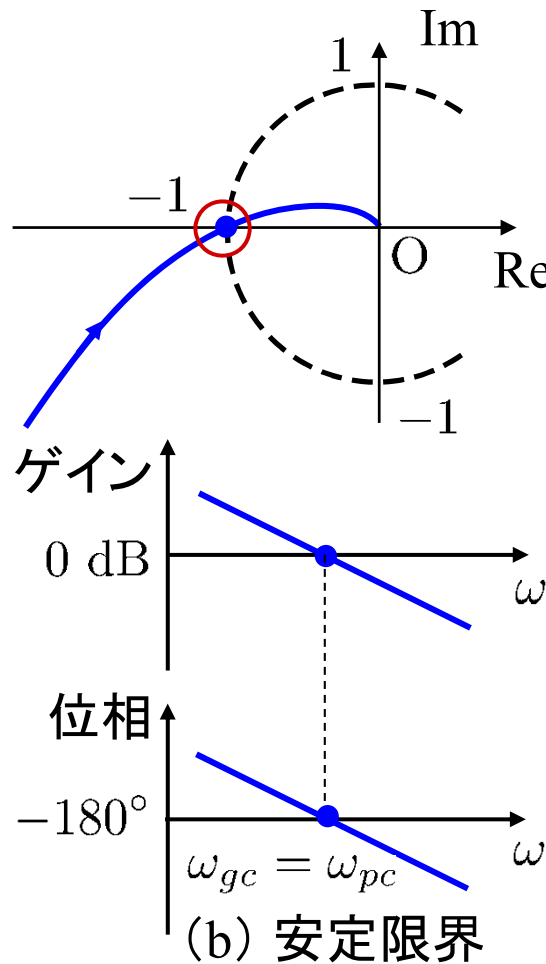
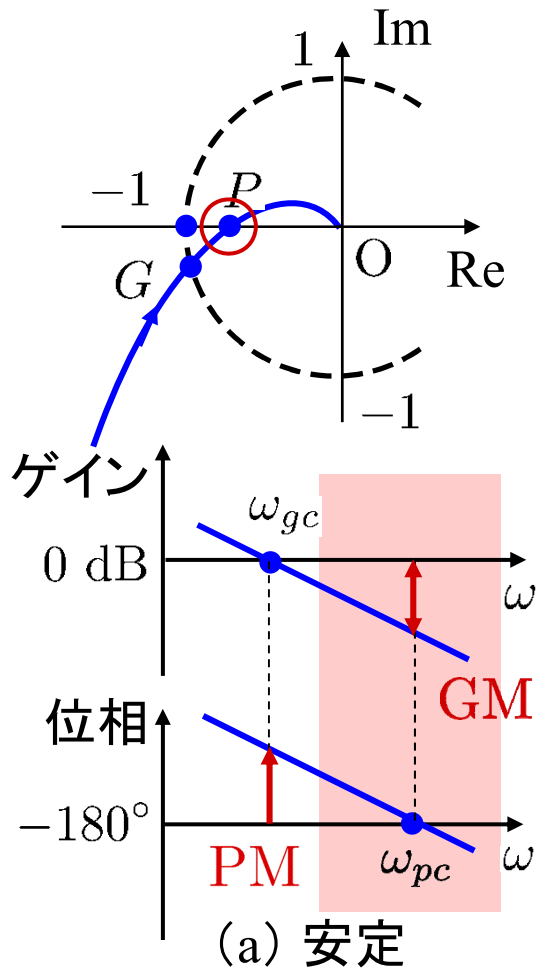
- ボード線図での読み取り (a) 位相が -180° より進む \Rightarrow 安定
 (b) 位相が -180° ちょうど \Rightarrow 安定限界
 (c) 位相が -180° より遅れる \Rightarrow 不安定

ゲイン交差周波数 ω_{gc} で PM を読み取る.



- (a) ゲインが 0 dB より低い \Rightarrow 安定
- (b) ゲインが 0 dB ちょうど \Rightarrow 安定限界
- (c) ゲインが 0 dB より高い \Rightarrow 不安定

位相交差周波数 ω_{pc} で GM を読み取る。



[例 6.6] (虚軸上に極がある場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad (K=3)$$

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} \simeq 0.97$$

位相余裕

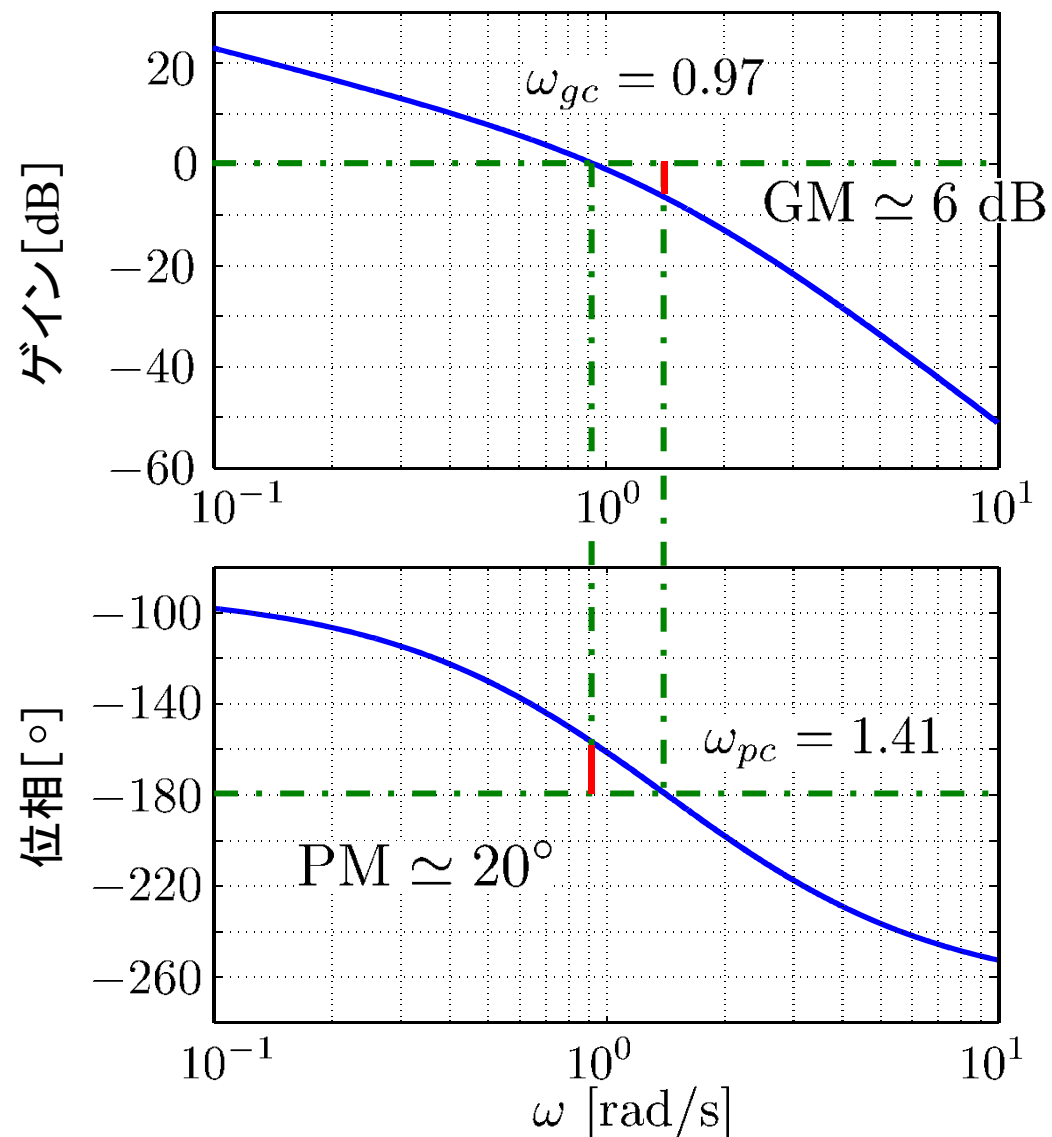
$$PM \simeq 20^\circ$$

位相交差周波数

$$\omega_{pc} \simeq 1.41$$

ゲイン余裕

$$GM \simeq 6 \text{ dB}$$



第 6 章 : フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数,
位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や
位相余裕について理解する。