2021 年 6 月 16 日
河合康典

2021 年度 計測制御工学 中間試験
2021 年 6 月 16 日 1,2 限 (9:30-10:50)

注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。

[**問題 1**] (配点 15 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次のシステム

$$2\ddot{z}(t) = -2z(t) - \dot{z}(t) + 4f(t)$$

において，下記の場合において次の状態空間表現の A, B，C，D を答えよ。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

(1)

$$u(t) = f(t),\ y(t) = z(t),\ x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

(2)

$$u(t) = f(t),\ y(t) = \dot{z}(t),\ x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t) + \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

[**問題 2**] (配点 10 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次の線形システムの状態空間表現から伝達関数 $P(s)$ を答えよ。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

[**問題 3**] (配点 15 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次のシステムにおいて，入力 V_m，出力 $y = x_1$ となるようにブロック線図を描け。

$$\ddot{x}_1(t) = -\dot{x}_1(t) - x_2(t) - x_1(t)$$
$$2\ddot{x}_2(t) = -\dot{x}_1(t) - 2\dot{x}_2(t) + 2V_m(t) + 2x_2(t)$$

図 3-1: ブロック線図

[問題 4] (配点 20 点 ((1):15 点,(2):5 点))*学生の到達目標 (3)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ x(0) = x_0$$
$$y(t) = Cx(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},\ x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

において，次の問いに答えよ。ただし，付録のラプラス変換表を用いてよい。

(1) 遷移行列 e^{At} を答えよ。

(2) 零入力応答 $y(t)$ を答えよ。

[問題 5] (配点 15 点)*学生の到達目標 (4)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

における $A,\ B$ が以下のように与えられたとき，可制御性を可制御性行列を用いて判別して，可制御または可制御ではないか答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

[問題 6] (配点 20 点)*学生の到達目標 (4)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

について，$A_{cl} := A + BK$ の固有値 $\lambda = \lambda_1,\ \lambda_2$ を $p_1 = -1, p_2 = -2$ とする次式の状態フィードバック形式のコントローラ $k_1,\ k_2$ を答えよ。

$$\mathcal{K} : u(t) = Kx(t),\quad K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

ラプラス変換表

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
単位インパルス関数 $\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \infty & (t = 0) \end{cases}$	1	単位ステップ関数 $u_s(t) = 1$	$\dfrac{1}{s}$
t	$\dfrac{1}{s^2}$	$\dfrac{t^n}{n!}$	$\dfrac{1}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$	$\dfrac{t^n}{n!}e^{-at}$	$\dfrac{1}{(s+a)^{n+1}}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$