2021 年 7 月 21 日
河合康典

2021 年度 計測制御工学 期末試験 (模範解答)
2021 年 7 月 21 日 1,2 限 (8:50-10:20)

注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。

[問題 1] (配点 20 点)*学生の到達目標 (6)

1 出力システムの状態空間表現

$$\mathcal{P}:\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t)\\ y(t)=\bar{c}x(t)\end{cases}$$

における $A,\ b,\ \bar{c}$ が以下のように与えられたとき，可観測性を調べよ。

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix},\ b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ \bar{c}=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix} \tag{1-1}$$

[問題 2] (配点 20 点)*学生の到達目標 (5)

制御対象の状態空間表現が

$$\mathcal{P}:\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t)\\ y(t)=cx(t)\end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix},\ b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\ c=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$$

であるとき，$A_e+b_ek_e$ の固有値が $-1,\ -2,\ -4$ となるような積分型コントローラ

$$\mathcal{K}: u(t)=kx(t)+gw(t),\ w(t)=\int_0^t e(t)\ dt$$

を設計せよ。ただし，

$$A_e=\begin{bmatrix}A & 0\\ -c & 0\end{bmatrix},\ b_e=\begin{bmatrix}b\\ 0\end{bmatrix},\ k_e=\begin{bmatrix}k & g\end{bmatrix}$$

である。

[問題 3] (配点 20 点)*学生の到達目標 (7)

零入力の線形システム

$$\dot{x}(t)=Ax(t),\quad A=\begin{bmatrix}0 & 4\\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

が与えられたとき，$Q=I$ としたリアプノフ方程式

$$PA+A^TP=-Q$$

の解 $P=P^T$ が正定であるかどうかを調べて，漸近安定性を判別せよ。

[問題 4] (配点 30 点 ((1):25 点,(2):5 点)) *学生の到達目標 (8)

1 慣性システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t),$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

において，評価関数

$$J = \int_0^\infty \left(x(t)^T Q x(t) + r u(t)^2 \right) dt$$

の重みが次式により与えられたとき，以下の問いに答えよ。

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix},\quad r = 1$$

(1) リカッチ方程式の正定対称解 P を求めよ。

$$PA + A^T P - \frac{1}{r} P b b^T P + Q = 0$$

ただし，P の要素はすべて正となることを用いてよい。

(2) コントローラのゲイン k を求めよ。

$$u = kx(t),\ k = -\frac{1}{r} b^T P$$

[問題 5] (配点 10 点)*学生の到達目標 (6)

線形システム

$$\mathcal{P}: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \\ \eta(t) = \bar{C}x(t) \end{cases}$$

に対して，同一次元オブザーバ

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(\eta(t) - \bar{C}\hat{x}(t))$$

を用いて $\hat{x}(t)$ を推定したい。同一次元オブザーバを図 5-1 の点線の中にブロック線図で描け。

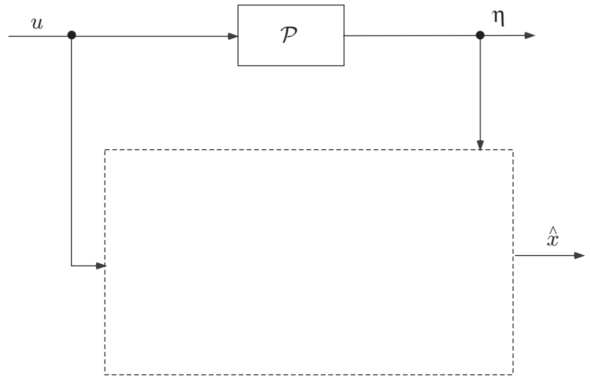

図 5-1: 状態フィードバック制御系