

2021 年度 計測制御工学 前期 第 3 回レポート (模範解答)

EM 専攻 1 年 番号 _____ 氏名 _____

【問題 1】 次のシステム

$$2\ddot{z}(t) = u(t) - 4z(t) - 6\dot{z}(t) \quad (1)$$

において, 状態を $x(t) = [z(t) \ \dot{z}(t)]$ としたとき, 固有値は $-1, -2$ である。状態を $x(t) = [z(t) \ z(t) + \dot{z}(t)]$ としたときの固有値が $-1, -2$ となることを示せ。

【解答】

状態方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t) + \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t) + \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u(t) \quad (2)$$

となる。固有値を求めると

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s+1 & -1 \\ 0 & s+2 \end{vmatrix} = (s+1)(s+2) \quad (3)$$

よって, 極は $-1, -2$ である。【問題 2】 次の伝達関数が与えられたとき, 可制御標準形 (A_c, B_c, C_c) を求めよ。

$$\frac{s}{2(s^2 + 3s + 2)} \quad (4)$$

【解答】

$$\frac{s}{2(s^2 + 3s + 2)} = \frac{\frac{1}{2}s}{s^2 + 3s + 2} \quad (5)$$

より

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

【問題 3】 状態空間表現が以下のように与えられたとき，伝達関数 $P(s)$ を求めることで，最小実現であるかどうかを判別せよ。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \quad (9)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

【解答】

$$\begin{aligned} P(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s(s+2)} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{s(s+2)} \begin{bmatrix} 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{2s}{s(s+2)} \\ &= \frac{2}{s+2} \end{aligned} \quad (11)$$

よって，最小実現ではない。