

2021 年度 計測制御工学 前期 第 6 回レポート (模範解答)

EM 専攻 1 年 番号 _____ 氏名 _____

【問題 1】

図 1-1 に示す状態フィードバック制御系において, $A, B, \bar{C} = I$ が以下のように与えられたとき, 可安定かを判別せよ。

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

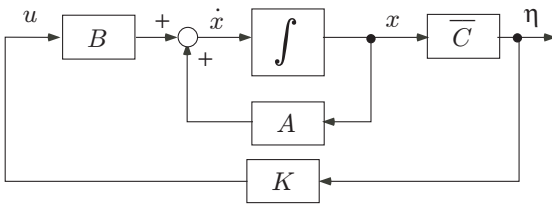


図 1-1: 状態フィードバック制御系

【解答】

状態フィードバックゲインを $K = [K_1 \ K_2]$ とおくと

$$\begin{aligned} A + BK &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ K_1 & -4 + K_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} sI - (A + BK) &= \begin{vmatrix} s+1 & 0 \\ -K_1 & s - (K_2 - 4) \end{vmatrix} \\ &= (s+1)(s - (K_2 - 4)) \end{aligned} \quad (1-2)$$

よって, 固有値は

$$-1, K_2 - 4 \quad (1-3)$$

となり, $K_2 < 4$ であれば安定となるので, 可安定。

【問題 2】

1 入力の状態方程式における A, B が以下のように与えられたとき, 可制御性を可制御性行列を用いて判別せよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

【解答】

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} = 1 \quad (2-2)$$

よって, 可制御でない。

(別解)

$$\begin{vmatrix} B & AB \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = 0 \quad (2-3)$$

よって, 可制御でない。