

## 2021年度計測制御工学前期第11回レポート(模範解答)

EM専攻1年番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

## 【問題1】

1 出力システムの状態空間表現

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = \bar{c}x(t) \end{cases}$$

における  $A$ ,  $b$ ,  $\bar{c}$  が以下のように与えられたとき, 可観測性を調べよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{c} = [1 \quad 0] \quad (1-1)$$

[解答]

可観測性行列は,

$$V_o = \begin{bmatrix} \bar{c} \\ \bar{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

より,  $\det V_o = -3$ , または  $\text{rank}(V_o) = 2$  より 可観測である。

## 【問題2】

アームシステムの状態方程式が

$$2\ddot{\theta}(t) = \tau(t) - \dot{\theta}(t)$$

で与えられている。ここで,  $\theta$  はアームの角度である。状態変数  $x(t)$ , 制御入力  $u(t)$ , アームの角速度  $\dot{\theta}$  のみ観測できるとき, 状態空間表現の  $A, B, C$  を求めて, 可観測性を調べよ。

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}, u(t) = \tau(t)$$

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

[解答]

状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u(t) \quad (2-1)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \quad (2-2)$$

となる。可観測性行列は,

$$V_o = \begin{bmatrix} \bar{c} \\ \bar{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

より,  $\det V_o = 0$ , または  $\text{rank}(V_o) = 1$  より 不可観測である。