

2021 年度 計測制御工学 制御系演習課題 1

倒立振り子システムは、台車と棒から構成され、台車のモータに加える電流を制御することによって棒の位置を制御し、棒を垂直で安定に維持させるシステムである。本来、このシステムは不安定なシステムであるので、モータに加える電流を制御して安定化する。倒立振り子システムのモデルを図 1 に示す。図 1 を用いて倒立振り子システムの数学的モデルを $\alpha(t) = 0$ で線形化すると、

$$\sin \alpha(t) \approx \alpha(t), \quad \cos \alpha(t) \approx 1, \quad (\dot{\alpha}(t))^2 \approx 0, \quad \alpha(t)^2 \approx 0 \quad (1)$$

となり、倒立振り子システムの線形化モデルは以下のように記述することができる。

$$M_1 \ddot{x}_c(t) = -(I_p + M_p l_p^2)(B_{eq} + F_{c1})\dot{x}_c(t) - M_p l_p B_p \dot{\alpha}(t) + (I_p + M_p l_p^2)F_{c2}V_m(t) + M_p^2 l_p^2 g \alpha(t) \quad (2)$$

$$M_1 \ddot{\alpha}(t) = (M_c + M_p)M_p g l_p \alpha(t) - (M_c + M_p)B_p \dot{\alpha}(t) - M_p l_p (B_{eq} + F_{c1})\dot{x}_c(t) + M_p l_p F_{c2}V_m(t) \quad (3)$$

以下の問いに答えよ。

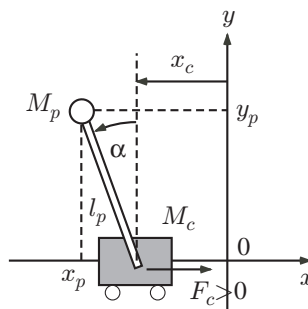


図 1: 倒立振り子システム

[問題 1] (2)-(3) 式から、状態ベクトルを下記にしたとき、倒立振り子システムの状態方程式

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BV_m(t) \quad (1-1)$$

の A と B を数式で求めよ。

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_c(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

[問題 2]

状態がすべてが観測できる

$$y(t) = \begin{bmatrix} x_c(t) \\ \alpha(t) \\ \dot{x}_c(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

のとき、

$$y(t) = Cx(t) + DV_m(t) \quad (2-2)$$

の C と D を数式で求めよ。