2023 年 6 月 7 日
河合康典

2023 年度 計測制御工学 中間試験
2023 年 6 月 7 日 15,2 限 (8:55-10:15)

注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。

[**問題 1**] (配点 10 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次の線形システムの状態空間表現から伝達関数 $P(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ を求めることで，最小実現であるか答えよ。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

[**問題 2**] (配点 15 点 ((1):10 点,(2):5 点))*学生の到達目標 (1),(2)

次のシステム

$$3\ddot{z}(t) = -6z(t) - \dot{z}(t) + 3f(t)$$

において，z は台車の位置，$\dot{z}$ は台車の速度を表している。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

(1) 次の状態空間表現の A，B，C，D を答えよ。

$$u(t) = f(t),\ y(t) = z(t),\ x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

(2) 次の状態空間表現 C，D を答えよ。

$$u(t) = f(t),\quad y(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} \quad x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

[問題 3] (配点 20 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次のシステムにおいて，入力 $f(t)$，出力 $y = x_2$ となるようにブロック線図を描け。

$$\ddot{x}_1(t) = -2\dot{x}_1(t) - x_2(t) - x_1(t) + f(t)$$
$$2\ddot{x}_2(t) = -2\dot{x}_2(t) + x_1(t)$$

図 3-1: ブロック線図

[問題 4] (配点 15 点)*学生の到達目標 (4)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

における A, B が以下のように与えられたとき，可制御性を可制御性行列を用いて判別して，可制御または可制御ではないか答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -7 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

[問題 5] (配点 20 点)*学生の到達目標 (4)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -7 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

について，$A_{cl} := A + BK$ の固有値 $\lambda = \lambda_1$，λ_2 を $p_1 = -3, p_2 = -5$ とする次式の状態フィードバック形式のコントローラ k_1，k_2 を答えよ。

$$\mathcal{K} : u(t) = Kx(t),\quad K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

[問題 6] (配点 20 点)*学生の到達目標 (3)

線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ x(0) = x_0$$
$$y(t) = Cx(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -7 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

において，遷移行列 e^{At} を答えよ。ただし，付録のラプラス変換表を用いてよい。

ラプラス変換表

$f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]$	$f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]$
単位インパルス関数 $\delta(t)=\begin{cases}0 & (t\neq 0)\\ \infty & (t=0)\end{cases}$	1	単位ステップ関数 $u_s(t)=1$	$\dfrac{1}{s}$
t	$\dfrac{1}{s^2}$	$\dfrac{t^n}{n!}$	$\dfrac{1}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\dfrac{1}{s+a}$	$\dfrac{t^n}{n!}e^{-at}$	$\dfrac{1}{(s+a)^{n+1}}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$