

## 2024年度 計測制御工学 前期 第3回レポート (模範解答)

EM 専攻1年 番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

## 【問題1】 次のシステム

$$2\ddot{z}(t) = u(t) - 4z(t) - 6\dot{z}(t) \quad (1)$$

において、状態を  $x(t) = [z(t) \ \dot{z}(t)]$  としたとき、固有値は  $-1, -2$  である。状態を  $x(t) = [z(t) \ z(t) + \dot{z}(t)]$  としたときの固有値が  $-1, -2$  となることを示せ。

## 【解答】

$\ddot{z}$  の係数で両辺を割って

$$\ddot{z}(t) = \frac{1}{2}u(t) - 2z(t) - 3\dot{z}(t) \quad (2)$$

より

$$\dot{z} + \ddot{z}(t) = \dot{z} + \frac{1}{2}u(t) - 2z(t) - 3\dot{z}(t)$$

$$\dot{z} + \ddot{z}(t) = \frac{1}{2}u(t) - 2z(t) - 2\dot{z}(t) \quad (3)$$

となる。よって、状態方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t) + \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t) + \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u(t) \quad (4)$$

となる。固有値を求めると

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s+1 & -1 \\ 0 & s+2 \end{vmatrix} = (s+1)(s+2) \quad (5)$$

よって、極は  $-1, -2$  である。

【問題2】 次の伝達関数が与えられたとき、可制御標準形  $(A_c, B_c, C_c)$  を求めよ。

$$\frac{s}{2(s^2 + 3s + 2)} \quad (6)$$

## 【解答】

$$\frac{s}{2(s^2 + 3s + 2)} = \frac{\frac{1}{2}s}{s^2 + 3s + 2} \quad (7)$$

より

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

【問題 3】 状態空間表現が以下のように与えられたとき、伝達関数  $P(s)$  を求めることで、最小実現であるかどうかを判別せよ。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \quad (11)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

【解答】

$$\begin{aligned} P(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s(s+2)} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{s(s+2)} \begin{bmatrix} 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{2s}{s(s+2)} \\ &= \frac{2}{s+2} \end{aligned} \quad (13)$$

よって、最小実現ではない。