

第 18 章 : 電磁誘導結合回路

18.1 電磁誘導結合と相互インダクタンス

18.2 電磁誘導結合回路の一般理論

キーワード : 誘導回路, 自己インダクタンス,
相互インダクタンス

学習目標 : 相互誘導回路を計算できるようになる。

18 電磁誘導結合回路

18.1 電磁誘導結合と相互インダクタンス

$$\Phi = Li \text{ [Wb]}$$

Φ : 磁束量

$L \text{ [Wb/A]} \equiv \text{[H]} : \text{自己インダクタンス}$

i が変化 (Φ が変化) すると, 変化の速さに比例して, 変化を妨げる方向に電圧 (電流) が発生

$$v = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt} \text{ [V]}$$

複素数で表現 $V = j\omega LI \text{ [V]}$

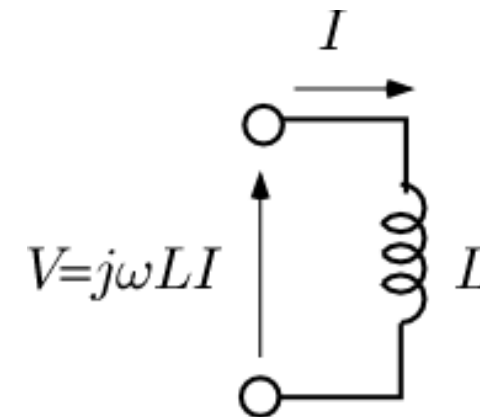
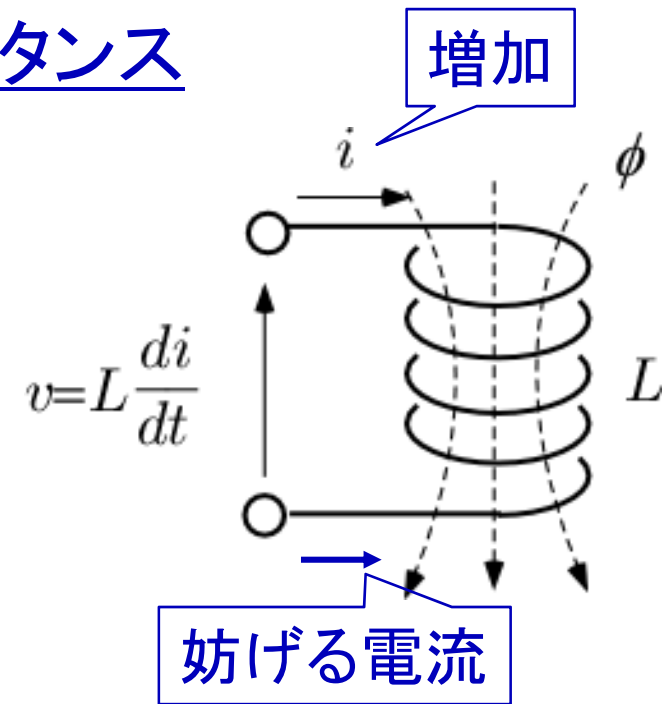


図18.1 自己インダクタンス

コイル1に電流 I_1 [A] を流す



電圧 $j\omega L_1 I_1$ [V] が発生

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \text{ [V]}$$

$$\Rightarrow j\omega L_1 I_1 \text{ [V]}$$

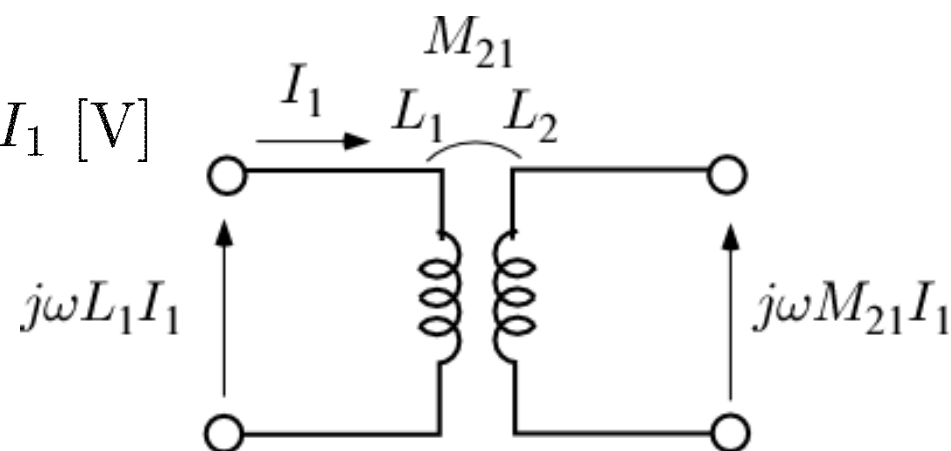
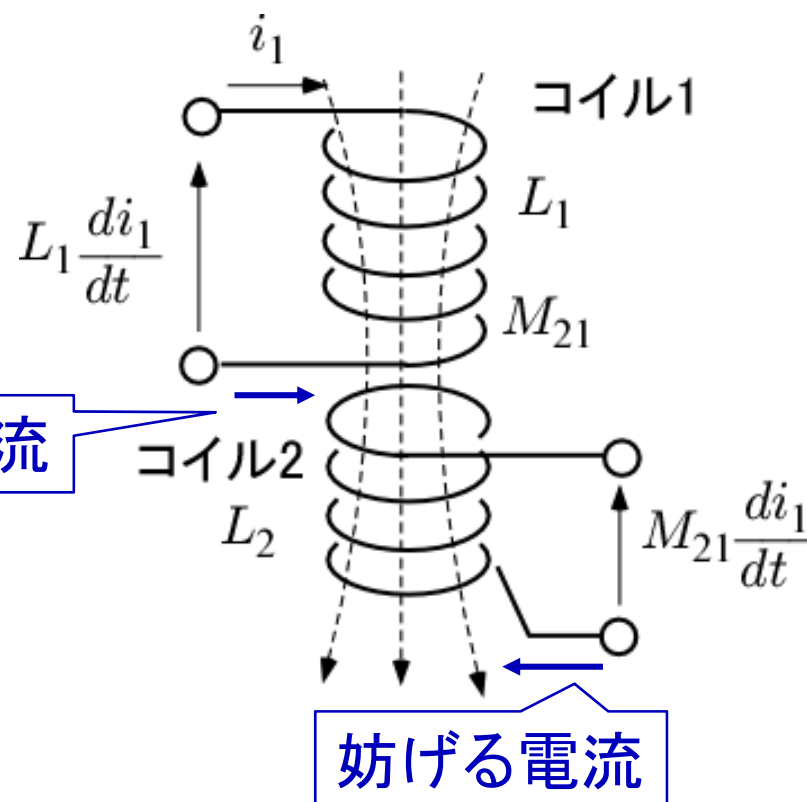


コイル2に誘導電圧 $j\omega M_{21} I_1$ [V] が発生

$$\frac{d\Phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \text{ [V]} \Rightarrow j\omega M_{21} I_1 \text{ [V]}$$

$$\Phi_{21} = M_{21} i_1 \text{ [Wb]}$$

M_{21} [H] : 相互インダクタンス



コイル2に電流 I_2 [A] が流れる



電圧 $j\omega L_2 I_2$ [V] が発生

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \text{ [V]}$$

$$\Rightarrow j\omega L_2 I_2 \text{ [V]}$$



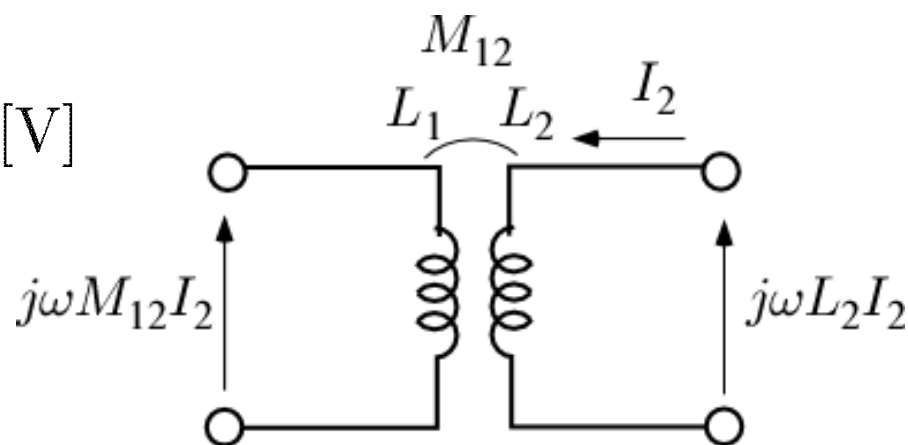
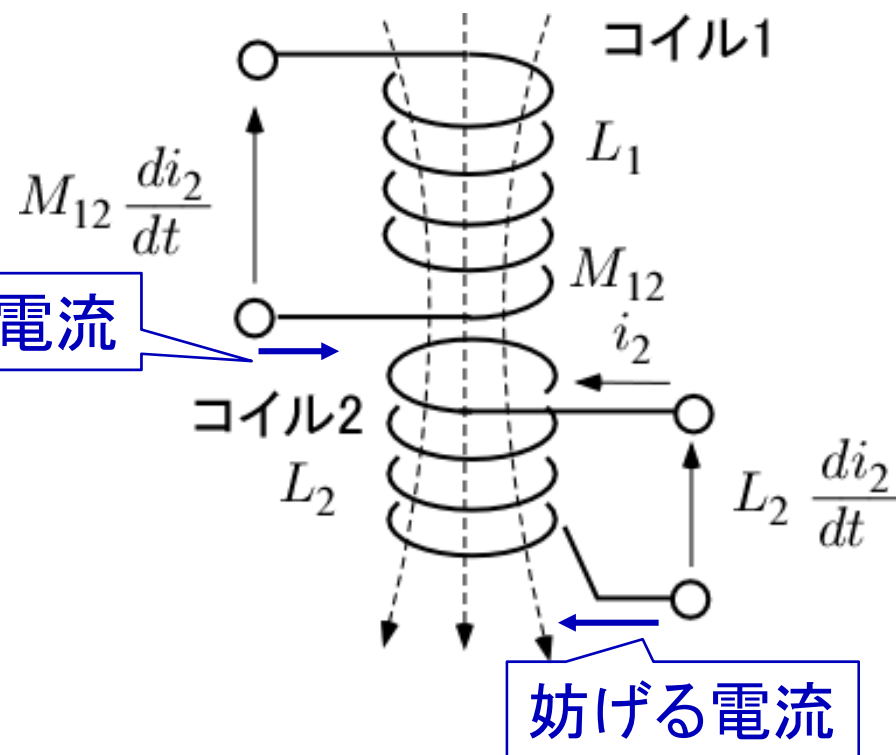
電圧 $j\omega L_2 I_2$ [V] が発生

$$\frac{d\Phi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} \text{ [V]} \Rightarrow j\omega M_{12} I_2 \text{ [V]}$$

$$\Phi_{12} = M_{12} i_2 \text{ [Wb]}$$

$$M_{21} = M_{12} \equiv M \text{ [H]}$$

妨げる電流



コイル1に電流 I_1 [A] を流す



電圧 $j\omega L_1 I_1$ [V] が発生

コイル2に誘導電圧 $j\omega M I_1$ [V] が発生



ϕ_1 を打ち消すように磁束 ϕ_2 が発生

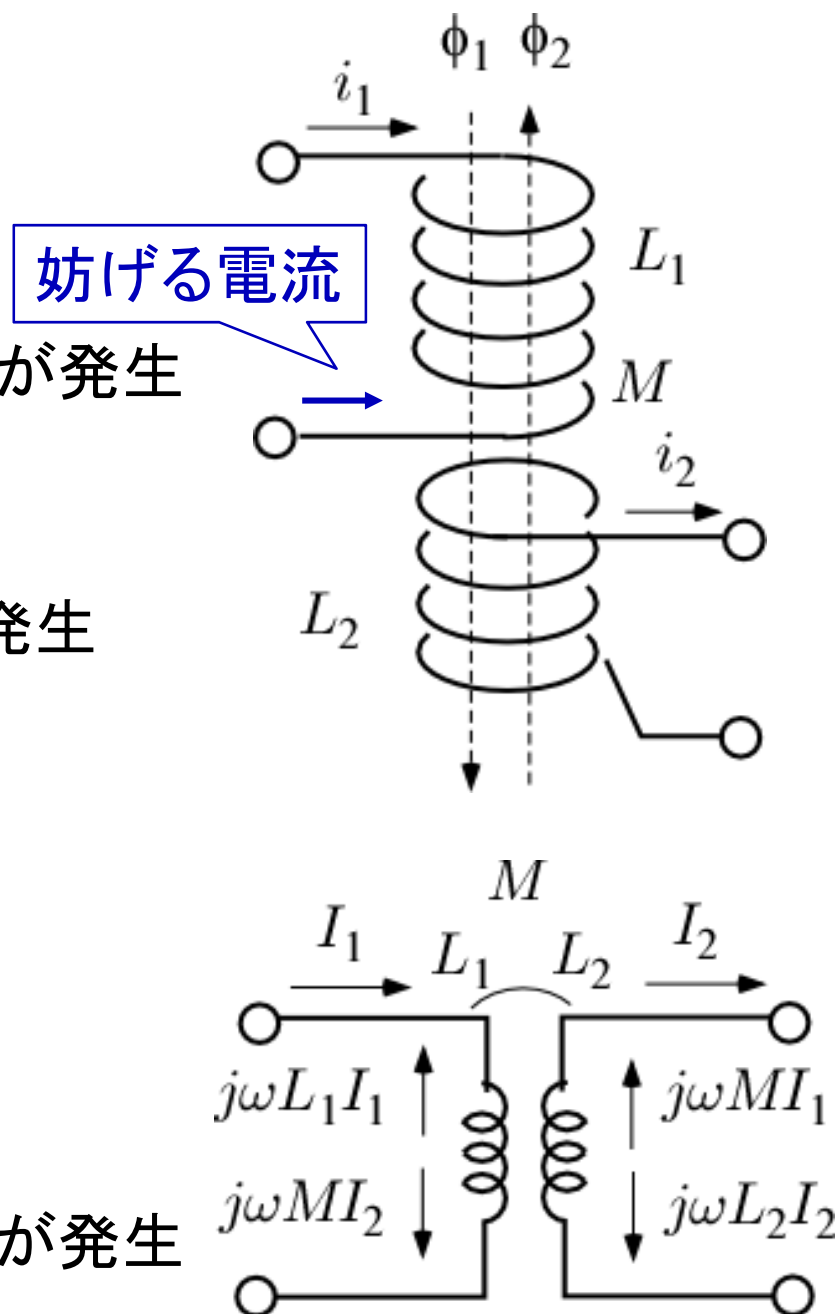


コイル2に電流 I_2 [A] が流れる



電圧 $j\omega L_2 I_2$ [V] が発生

コイル1に誘導電圧 $j\omega M I_2$ [V] が発生



18 電磁誘導結合回路

18.2 電磁誘導結合回路の一般理論

1次回路

$$E = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (1)$$

2次回路

$$0 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 + Z_2 I_2 \quad (2)$$

(2) 式より

$$(j\omega L_2 + Z_2) I_2 = j\omega M I_1$$
$$I_2 = \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} I_1$$

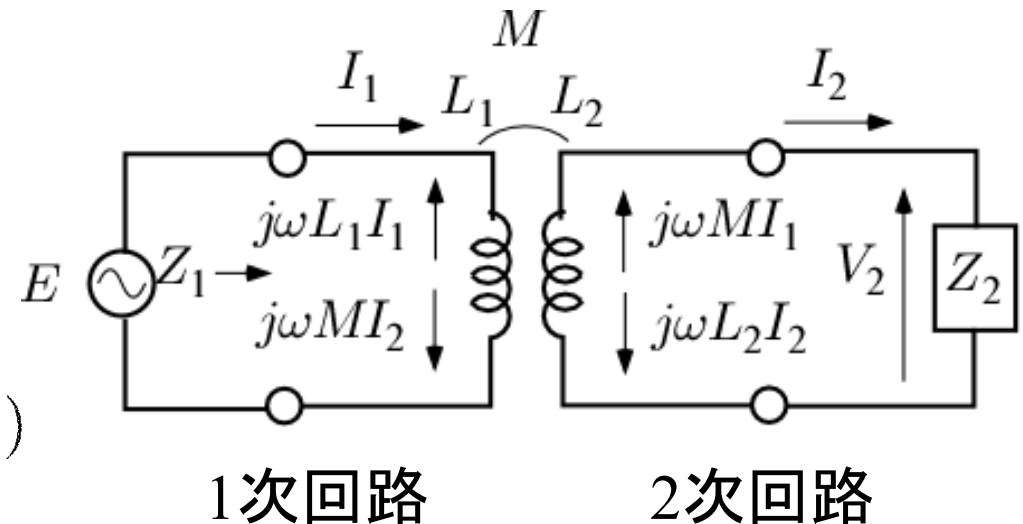


図18.7 電磁誘導結合回路

(1) 式へ代入

$$E = j\omega L_1 I_1 - j\omega M \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} I_1 = \left(j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2} \right) I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} I_1 = \frac{j\omega M}{j\omega L_2 + Z_2} \times \frac{E}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}} \\ &= \frac{j\omega M E}{j\omega L_1 (j\omega L_2 + Z_2) + \omega^2 M^2} \end{aligned}$$

1次側から見たインピーダンス

$$Z_1 = \frac{E}{I_1} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}$$

(別解1) pp. 39 を参照

$$E = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (1)$$

$$0 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 + Z_2 I_2$$

$$\Rightarrow 0 = -j\omega M I_1 + (j\omega L_2 + Z_2) I_2 \quad (2)$$

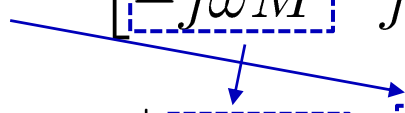
行列で書き直す

$$\begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E & -j\omega M \\ 0 & j\omega L_2 + Z_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{vmatrix}} = \frac{E(j\omega L_2 + Z_2)}{j\omega L_1(j\omega L_2 + Z_2) + \omega^2 M^2}$$

テキストでは Δ と書かれている

$$= \frac{E}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + Z_2}}$$

$$\begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$


$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & E \\ -j\omega M & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{vmatrix}} = \frac{E(j\omega M)}{j\omega L_1(j\omega L_2 + Z_2) + \omega^2 M^2}$$

(別解2)

$$\begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

逆行列

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} j\omega L_2 + Z_2 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 + Z_2 \end{vmatrix} = j\omega L_1(j\omega L_2 + Z_2) - (-j\omega M)(-j\omega M) \\ &= j\omega L_1(j\omega L_2 + Z_2) + \omega^2 M^2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega L_1(j\omega L_2 + Z_2) + \omega^2 M^2} \begin{bmatrix} j\omega L_2 + Z_2 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

【問題22.1】(1)

$$E = j\omega L_1 I_1 \quad (1)$$

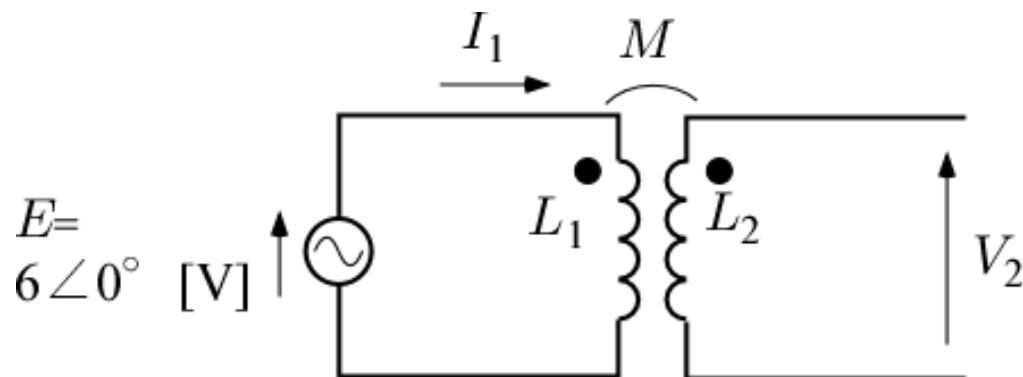
$$V_2 = j\omega M I_1 \quad (2)$$

(1) 式より

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E}{j\omega L_1} = \frac{6}{j100 \times 60 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{6}{j6} = 1 \angle -90^\circ \end{aligned}$$

(2) 式より

$$\begin{aligned} V_2 &= j\omega M I_1 = j100 \times (40 \times 10^{-3}) \times \frac{1}{j} \\ &= 4 \angle 0^\circ \end{aligned}$$



【問題22.1】(2)

$$E = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (1)$$

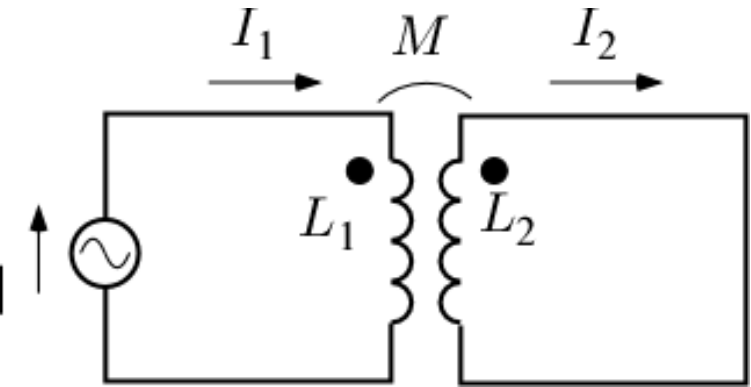
$$0 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \quad (2) \quad \begin{matrix} E= \\ 6\angle 0^\circ \text{ [V]} \end{matrix}$$

(1), (2) 式より

$$\begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j100 \times 60 \times 10^{-3} & -j100 \times 40 \times 10^{-3} \\ -j100 \times 40 \times 10^{-3} & j100 \times 30 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

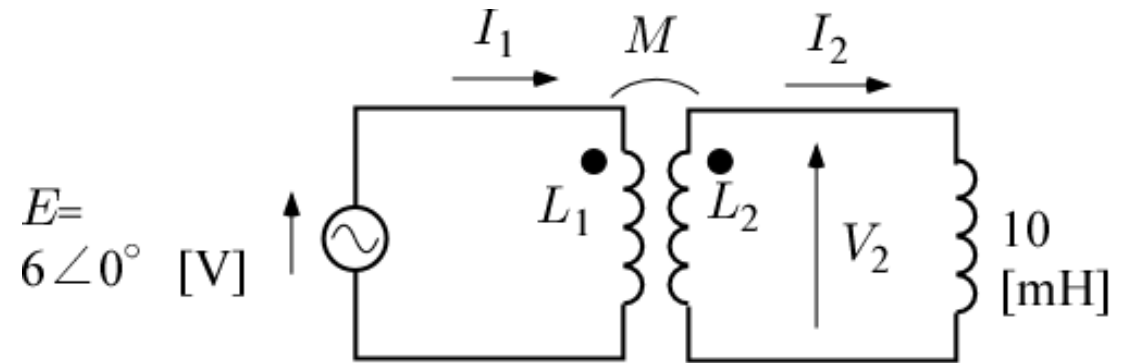
$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -j4 \\ 0 & j3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j3 \end{vmatrix}} = \frac{j18}{-18 - (-16)} = \frac{j18}{-2} = \frac{18}{j2} = 9\angle -90^\circ$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} j6 & 6 \\ -j4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j3 \end{vmatrix}} = \frac{j24}{-18 - (-16)} = \frac{j24}{-2} = \frac{24}{j2} = 12\angle -90^\circ$$

【問題22.1】(3)



$$E = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (1)$$

$$0 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 + j\omega 10 \times 10^{-3} I_2 \quad (2)$$

(1), (2) 式より

$$\begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & j\omega(L_2 + 10 \times 10^{-3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j100 \times 60 \times 10^{-3} & -j100 \times 40 \times 10^{-3} \\ -j100 \times 40 \times 10^{-3} & j100 \times (30 \times 10^{-3} + 10 \times 10^{-3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -j4 \\ 0 & j4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j4 \end{vmatrix}} = \frac{j24}{-24 - (-16)} = \frac{j24}{-8} = \frac{3}{j} = 3\angle -90^\circ$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} j6 & 6 \\ -j4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j6 & -j4 \\ -j4 & j4 \end{vmatrix}} = \frac{j24}{-24 - (-16)} = \frac{j24}{-8} = \frac{3}{j} = 3\angle -90^\circ$$

第 18 章 : 電磁誘導結合回路

18.1 電磁誘導結合と相互インダクタンス

18.2 電磁誘導結合回路の一般理論

キーワード : 誘導回路, 自己インダクタンス,
相互インダクタンス

学習目標 : 相互誘導回路を計算できるようになる。