

2021 年 12 月 13 日
河合康典

2021 年度 電気回路 II 後期 中間試験 (模範解答)
2021 年 12 月 13 日 2 限 (11:10-12:30)

注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。

[問題 1] (配点 30 点 ((1),(2):9 点,(3),(4):6 点))

*学生の到達目標 (5)

図 1-1 の RC 回路のスイッチ S を、時刻 $t = 0$ の瞬間に (B) から (A) に倒したとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $t > 0$ のときの $v(t)$ に関する微分方程式を求めよ。
- (2) 変数分離法により、微分方程式の $v(t)$ に関する一般解を求めよ。
- (3) 一般解に初期条件を適用して、電圧 $v(t)$ と、電流 $i(t)$ を求めよ。
- (4) 電圧 $v(t)$ と、電流 $i(t)$ の概形を描け。

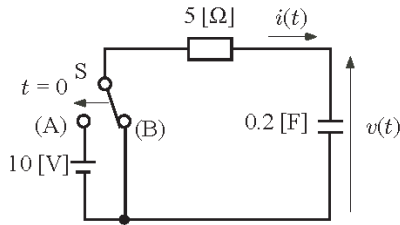


図 1-1: 回路

代入ミス-2点

記号 RC で答える -1点

[解答]

(1) $t > 0$ のとき回路は、

$$10 = 5i(t) + \frac{1}{0.2} \int i(t) dt \quad (1-1)$$

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = 0.2 \frac{dv(t)}{dt}$ より、両辺を微分すると

$$10 = \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \quad (1-2)$$

$10 = 5 \frac{dq}{dt} + 5q$ も OK

(2)

$$\frac{dv(t)}{dt} = 10 - v(t)$$

$$\int \frac{1}{10 - v(t)} dv(t) = \int 1 dt$$

$$-\ln(10 - v(t)) = t + K_1$$

$$10 - v(t) = e^{-t - K_1}$$

$$v(t) = 10 - Ke^{-t} \quad (1-3)$$

$q = 2 - Ke^{-t}$ も OK

となる。ここで、 K_1 は積分定数で $K = e^{-K_1}$ である。

(3) 初期値電圧 $v(0) = 0$ より

$$v(0) = 10 - K = 0 \quad (1-4)$$

より

$$K = 10 \quad (1-5)$$

である。よって、電圧は

$$v(t) = 10 - 10e^{-t} \text{ [V]} \quad (1-6)$$

電流は

$$i(t) = 0.2 \frac{dv(t)}{dt} = 0.2 \times 10e^{-t} \quad (1-7)$$

$$= 2e^{-t} \text{ [A]} \quad (1-8)$$

(4) 図 1-2, 1-3 となる。

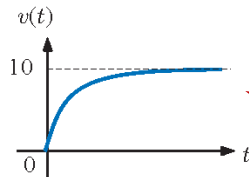


図 1-2: 電圧の波形



図 1-3: 電流の波形

式と図が一致していれば○

指数ミス-2点

-2点

計算ミス-1点

3点

3点

3点

-2点

3点

[問題 2] (配点 20 点) *学生の到達目標 (6)

図 2-1 の回路のスイッチを時刻 $t = 0$ に開いたとき、ラプラス変換 (または s 回路法) を用いて電流 $i(t)$ を求めよ。

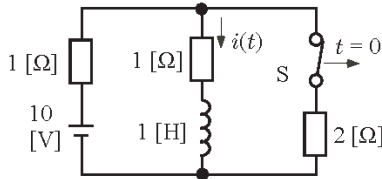


図 2-1: 回路

[解答]

初期電流は、分流より

$$i(0) = \frac{10}{1 + \frac{1 \times 2}{1+2}} \times \frac{2}{1+2} = \frac{10}{1 + \frac{2}{3}} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3+2} = 4 \quad (2-1)$$

となる。回路は

$$(1+1)i(t) + 1 \times \frac{di(t)}{dt} = 10 \quad (2-2)$$

となるので、ラプラス変換すると

$$\begin{aligned} 2I(s) + (sI(s) - i(0)) &= \frac{10}{s} \\ 2I(s) + (sI(s) - 4) &= \frac{10}{s} \\ (s+2)I(s) &= \frac{10}{s} + 4 \\ (s+2)I(s) &= \frac{10+4s}{s} \\ I(s) &= \frac{10+4s}{s(s+2)} \end{aligned} \quad (2-3)$$

$$I(s) = \frac{5}{s} - \frac{1}{s+2} \quad (2-4)$$

逆ラプラス変換すると

$$i(t) = 5 - e^{-2t} \quad (2-5)$$

となる。

計算ミス-2点

[問題 3] (配点 25 点 ((1),(3),(4):5 点,(2):10 点))*学生の到達目標 (5),(6)

図 3-1 の回路のスイッチを、時刻 $t = 0$ の瞬間に開いた。このとき、以下の問いに答えよ。解き方は指定しない。

- (1) $t < 0$ のときの電流 $i(t)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ のときの電流 $i(t)$ を求めよ。
- (3) $t > 0$ のときの電圧 $v(t)$ を求めよ。
- (4) 時定数 τ を求めよ。

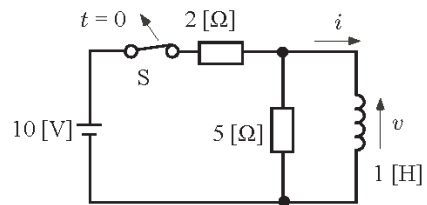


図 3-1: 回路

[解答]

- (1) 直流で L のインピーダンスは 0 なので

$$i = \frac{10}{2} = 5 \text{ [A]} \quad (3-1)$$

- (2) $t > 0$ のとき回路は、

$$0 = 5i(t) + \frac{di(t)}{dt} \quad (3-2)$$

となる。

$$\frac{di(t)}{dt} = -5i(t) \quad \text{計算ミス-2点}$$

$$\int \frac{1}{i(t)} di(t) = \int -5 dt$$

$$\ln i(t) = -5t + K_1$$

$$i(t) = e^{-5t+K_1}$$

$$i(t) = Ke^{-5t} \quad (3-3)$$

となる。ここで、 $K = e^{K_1}$ である。初期電流 $i(0) = 5$ より

$$i(0) = K = 5 \quad (3-4)$$

となる。よって、

$$i(t) = 5e^{-5t} \text{ [A]} \quad (3-5)$$

である。

積分定数が求まっていない -2点

(3) 電圧は

符号ミス-1点

$$1 \frac{di(t)}{dt} = \underline{-25e^{-5t}} \text{ [V]} \quad (3-6)$$

となる。

(4) 時定数は

$$\tau = \frac{1}{5} = \underline{0.2} \quad (3-7)$$

[問題 4] (配点 20 点) *学生の到達目標 (5),(6)

図 4-1 の回路で、 $t = 0$ にスイッチ S を (A) から (B) に倒したとき、電流 $i(t)$ を求めよ。解き方は指定しない。

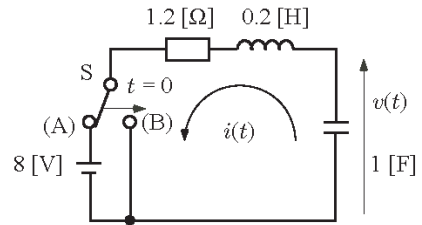


図 4-1: 回路

計算ミス-2点

[解答]

$t > 0$ のとき回路は、

$$v(t) = 0.2 \frac{di(t)}{dt} + 1.2i(t) \quad (4-1)$$

となる。 $i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dv(t)}{dt}$ の関係を用いると

$$0 = 0.2 \frac{d^2v}{dt^2} + 1.2 \frac{dv}{dt} + v \quad (4-2)$$

と変形できる。特性方程式は

$$\begin{aligned} 0.2p^2 + 1.2p + 1 &= 0 \\ p^2 + 6p + 5 &= 0 \end{aligned} \quad (4-3)$$

より

$$(p+1)(p+5) = 0 \quad (4-4)$$

から

$$p = -1, -5 \quad (4-5)$$

となる。よって、電圧 $v(t)$ は

$$v(t) = K_1 e^{-t} + K_2 e^{-5t} \quad (4-6)$$

となる。また、電流 $i(t)$ は

$$\begin{aligned} i(t) &= -\frac{dv(t)}{dt} \\ &= -(-K_1 e^{-t} - 5K_2 e^{-5t}) \\ &= K_1 e^{-t} + 5K_2 e^{-5t} \end{aligned} \quad (4-7)$$

となる。初期条件

$$v(0) = 8, i(0) = 0 \quad (4-8)$$

を (4-6) 式, (4-7) 式に代入して、

$$8 = K_1 + K_2 \quad (4-9)$$

$$0 = K_1 + 5K_2 \quad (4-10)$$

から、(4-9) 式 - (4-10) 式より

$$8 = -4K_2$$

$$K_2 = -2 \quad (4-11)$$

5点

4点

1点

5点

(4-10) 式に代入

$$\begin{aligned} 0 &= K_1 - 10 \\ K_1 &= 10 \end{aligned} \quad (4-12)$$

となる。よって、

$$v(t) = 10e^{-t} - 2e^{-5t} \text{ [V]} \quad (4-13)$$

となる。よって、

$$\begin{aligned} i(t) &= -\frac{dv(t)}{dt} = -(-10e^{-t} + 10e^{-5t}) \\ &= \underline{10(e^{-t} - e^{-5t})} \text{ [A]} \end{aligned} \quad (4-14)$$

マイナス(-)なし -2点
書きミス -1点

[問題 5] (配点 5 点)*学生の到達目標 (6)

図 5-1 のラプラス変換 $V(s)$ を求めよ。ただし、 $\mathcal{L}[f(t-a)u(t-a)] = F(s)e^{-as}$ を使ってよい。

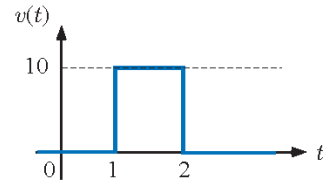


図 5-1: 波形

[解答]

$t = 1$ で大きさ 10 のステップ信号と $t = 2$ で大きさ -10 のステップ信号の組み合わせから求めるので

$$v(t) = 10u(t-1) - 10u(t-2) \quad (5-1)$$

となる。ラプラス変換すると

$$V(s) = \frac{10}{s}e^{-s} - \frac{10}{s}e^{-2s} \quad (5-2)$$

となる。

e^{-t} -1点

$\frac{1}{s}$ なし -1点