2021年度 電気回路II 後期 第2回資料

第 4 章 ： 過渡現象

4.4 過渡現象の解法

キーワード： RL直列回路, RC直列回路

学習目標：RL回路とRC回路の過渡現象を解くことができるようになる。

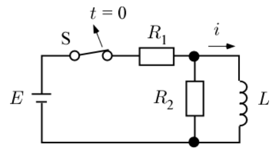
1

4 過渡現象

4.4.3 RL直列回路（電源除去）

[問題5]

スイッチS を開くと



$$L\frac{di}{dt}+R_2 i(t)=0$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{R_2}{L}i(t)$$

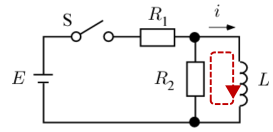
$$\int \frac{di}{i} = -\int \frac{R_2}{L}dt$$

$$\ln|i| = -\frac{R_2}{L}t+K$$

$$i=e^{-\frac{R_2}{L}t+K}$$

$$=e^K e^{-\frac{R_2}{L}t}$$

$$=Ae^{-\frac{R_2}{L}t} \quad (1) \qquad (A=e^K)$$



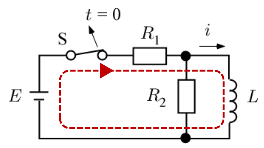
2

コイルのインピーダンス $Z_L = j\omega L$

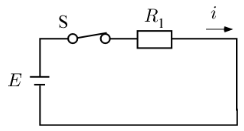
$t=0-$ のとき，定常状態とすると

$\omega = 0$（電圧は一定値）より $Z_L = 0$

R_2 に電流は流れない



$t=0$ のとき，抵抗 R_1だけの回路



初期条件　$t=0,\ i(0)=\frac{E}{R_1}$

を(1)式に代入

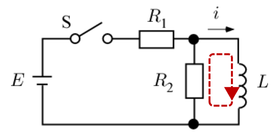
$$i(0)=Ae^0=\frac{E}{R_1} \Rightarrow A=\frac{E}{R_1}$$

電流

$$i(t)=\frac{E}{R_1}e^{-\frac{R_2}{L}t} \qquad i(t)=Ae^{-\frac{R_2}{L}t} \quad (1)$$

3

抵抗 R_2で消費される電力



$$P_a = i^2R_2 = \left(\frac{E}{R_1}e^{-\frac{R_2}{L}t}\right)^2 R_2$$

$$=\frac{R_2E^2}{R_1^2}e^{-\frac{2R_2}{L}t}$$

$$i(t)=\frac{E}{R_1}e^{-\frac{R_2}{L}t}$$

電力量（エネルギー）

$$W=\int_0^\infty P_a\ dt = \int_0^\infty \frac{R_2E^2}{R_1^2}e^{-\frac{2R_2}{L}t}\ dt$$

$$=\frac{R_2E^2}{R_1^2}\left[\left(-\frac{L}{2R_2}\right)e^{-\frac{2R_2}{L}t}\right]_0^\infty$$

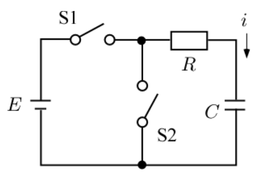
$$=-\frac{1}{2}L\frac{E^2}{R_1^2}(0-1)=\frac{1}{2}L\underbrace{\frac{E^2}{R_1^2}}_{\boxed{i(0)^2}}$$

4

4 過渡現象

4.4.4 RC直列回路（放電）

[問題34]

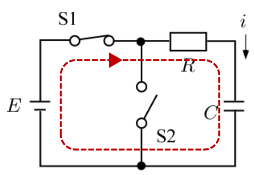


スイッチS_1 :閉じる，スイッチS_2 :開く

$$Ri+\frac{1}{C}\int i\ \ dt = E$$

$$q(t)=CE-CEe^{-\frac{1}{CR}t}$$

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{E}{R}e^{-\frac{1}{CR}t}$$



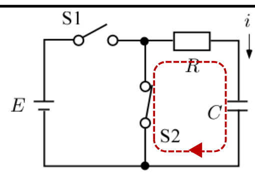
$t=T$ の電荷

$$q(T)=CE-CEe^{-\frac{1}{CR}T} \quad (2.1)$$

$$=CE\left(1-e^{-\frac{1}{CR}T}\right)$$

5

スイッチS_1 :開く，スイッチS_2 :閉じる



$$Ri+\frac{1}{C}\int idt=0$$

$i=\frac{dq}{dt}$　の関係を用いると

$$R\frac{dq}{dt}=-\frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q}=-\frac{dt}{RC}$$

$$\int\frac{dq}{q}=\int-\frac{dt}{RC}$$

$$\ln q=-\frac{1}{RC}t+K$$

$$q(t)=e^{-\frac{1}{RC}t+K}$$

$$=Ae^{-\frac{1}{RC}t} \quad (2.2)$$

6

初期条件 (2.1)式より

$$q(T) = CE - CEe^{-\frac{1}{CR}T} \quad (2.1)$$

$$q(T) = CE - CEe^{-\frac{1}{CR}T} \quad (2.1)$$

$$q(t) = Ae^{-\frac{1}{RC}t} \quad (2.2)$$

(2.2)式において $t = T$

$$q(T) = Ae^{-\frac{1}{RC}T} \quad (2.3)$$

(2.1)式と(2.3)式は等しいので

$$Ae^{-\frac{1}{RC}T} = CE - CEe^{-\frac{1}{CR}T}$$

$$A = CEe^{\frac{1}{CR}T} - CE \quad (2.4)$$

(2.4)式を(2.2)式に代入

$$q = \left(CEe^{\frac{1}{CR}T} - CE\right) e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$= CE\left(e^{-\frac{1}{CR}(t-T)} - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$

7

[ドリル 問題40.1]

[ドリル 問題40.2]

8

第 4 章：過渡現象

4.4 過渡現象の解法

キーワード： RL直列回路, RC直列回路

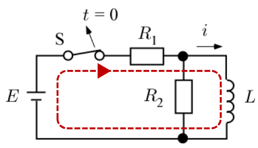
学習目標：RL回路とRC回路の過渡現象を解くことができるようになる。

9

【補足】

$$L\frac{di}{dt} + R_1(i + i_R) = E \quad (\text{A.1})$$

$$i_R = \frac{E - R_1(i + i_R)}{R_2} \quad (\text{A.2})$$



(A.3)式を(A.1)式へ代入

$$L\frac{di}{dt} + R_1\left(i + \frac{E - R_1 i}{R_1 + R_2}\right) = E$$

$$L\frac{di}{dt} + R_1\frac{E + R_2 i}{R_1 + R_2} = E$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}i = E - \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}i = \frac{R_2}{R_1 + R_2}E$$

(A.2)式の展開

$$i_R R_2 = E - R_1(i + i_R)$$

$$i_R(R_1 + R_2) = E - R_1 i$$

$$i_R = \frac{E - R_1 i}{R_1 + R_2} \quad (\text{A.3})$$

10

$$L\frac{di}{dt} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}i = \frac{R_2}{R_1 + R_2}E$$

$$L\frac{di}{dt} = \frac{1}{R_1 + R_2}(R_2 E - R_1 R_2 i)$$

$$(R_1 + R_2)\int \frac{di}{R_2 E - R_1 R_2 i} = \int \frac{1}{L}dt$$

$$(R_1 + R_2)\int \frac{di}{R_1 R_2 i - R_2 E} = -\int \frac{1}{L}dt$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\ln|R_1 R_2 i - R_2 E| = -\frac{1}{L}t + K$$

$$R_1 R_2 i - R_2 E = e^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t + K\right)}$$

$$R_1 R_2 i - R_2 E = Ae^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t\right)} \quad (\text{A.4})$$

11

初期条件 $t = 0,\ i = 0$ より

$$R_1 R_2 i - R_2 E = Ae^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t\right)} \quad (\text{A.4})$$

$$-R_2 E = A \quad (\text{A.5})$$

(A.5)式を(A.4)式へ代入

$$R_1 R_2 i - R_2 E = -R_2 Ee^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t\right)}$$

$$R_1 R_2 i = R_2 E\left(1 - e^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t\right)}\right)$$

$$i = \frac{1}{R_1}E\left(1 - e^{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(-\frac{1}{L}t\right)}\right)$$

$t \to \infty$ のとき

$$i = \frac{1}{R_1}E$$

12