## 第 1 章：1端子対回路

1.2 インピーダンス関数

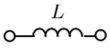
キーワード： リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。

1

---

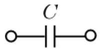
$s = j\omega$ を用いる




インピーダンス

$Z(j\omega) = j\omega L$

$Z(s) = Ls$




インピーダンス

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z(s) = \frac{1}{sC}$$

2

---

## リアクタンス関数

インダクタンス $L$ とキャパシタンス $C$ からのみなる回路の駆動点イミタンス（インピーダンスまたはアドミタンス）

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$s = j\omega$ を代入

$$F(j\omega) = K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{j\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$= j\left(-K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}\right)$$

$X(\omega)$

$$= jX(\omega)$$

3

---

$s = \pm\omega_1,\ \pm\omega_3,\ \pm\omega_{2n-1}$

零点 $(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2) = 0$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

極 $s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2) = 0$

$s = 0,\ \pm\omega_2,\ \pm\omega_4,\ \pm\omega_{2n-2}$

4

---

$F(j\omega) = jX(\omega)$

$X(\omega)$ は4つに分類できる

タイプ1 $X(0) = 0,\quad X(\infty) = \infty$

タイプ2 $X(0) = 0,\quad X(\infty) = 0$

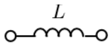
タイプ3 $X(+0) = -\infty,\quad X(\infty) = \infty$

タイプ4 $X(+0) = -\infty,\quad X(\infty) = 0$

5

---

(1) タイプ1 $X(0) = 0,\quad X(\infty) = \infty$

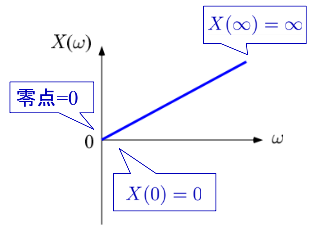



インピーダンス

$Z(s) = Ls$

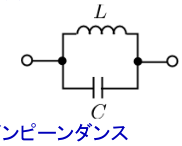
$Z(j\omega) = j\omega L$

$X(\omega) = \omega L$




6

## (2) タイプ2　$X(0)=0,\quad X(\infty)=0$




$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーダンス

$$Z(s)=\frac{sL\frac{1}{sC}}{sL+\frac{1}{sC}}$$

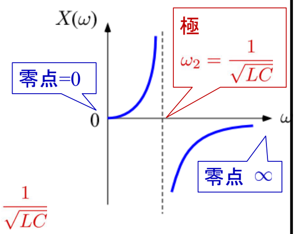
$$=\frac{sL}{1+s^2LC}=\frac{L}{LC}\frac{s}{s^2+\frac{1}{LC}}$$

$$Z(j\omega)=\frac{L}{LC}\frac{j\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$

$$=j\frac{1}{C}\frac{\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$

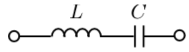
$$\omega_2=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$X(j\omega)=\frac{1}{C}\frac{\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$




7

## タイプ3　$X(+0)=-\infty,\quad X(\infty)=\infty$




$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーダンス

$$Z(s)=sL+\frac{1}{sC}$$

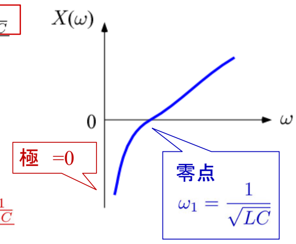
$$=\frac{s^2LC+1}{sC}=\frac{LC}{C}\frac{s^2+\frac{1}{LC}}{s}$$

$$\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z(j\omega)=L\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{j\omega}$$

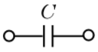
$$=j(-L)\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{\omega}$$

$$X(\omega)=-L\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{\omega}$$




8

## タイプ4　$X(+0)=-\infty,\quad X(\infty)=0$

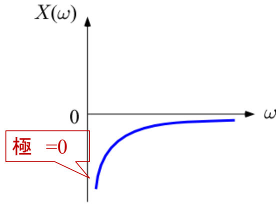



インピーダンス

$$Z(s)=\frac{1}{sC}$$

$$Z(j\omega)=\frac{1}{j\omega C}=j\left(-\frac{1}{\omega C}\right)$$

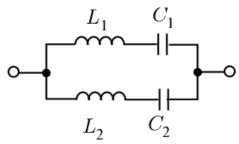
$$X(\omega)=-\frac{1}{\omega C}$$



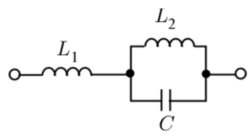

9

## どのタイプか答えよ

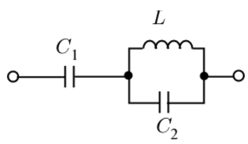
【問題1】



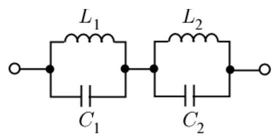

【問題2】




【問題3】




【問題4】




10

## 第 1 章 ： 1端子対回路

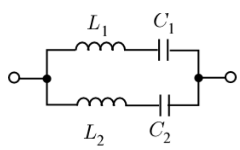
1.2 インピーダンス関数

キーワード： リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。

11

## 【問題1】どのタイプか答えよ




$$Z(s)=\frac{\left(sL_1+\frac{1}{sC_1}\right)\left(sL_2+\frac{1}{sC_2}\right)}{\left(sL_1+\frac{1}{sC_1}\right)+\left(sL_2+\frac{1}{sC_2}\right)}$$

$$=\frac{(s^2L_1C_1+1)(s^2L_2C_2+1)}{sC_2(s^2L_1C_1+1)+sC_1(s^2L_2C_2+1)}$$

$$=\frac{(s^2L_1C_1+1)(s^2L_2C_2+1)}{s(s^2L_1C_1C_2+C_2+s^2L_2C_2C_1+C_1)}$$

$$=\frac{(s^2L_1C_1+1)(s^2L_2C_2+1)}{s(C_1C_2(L_1+L_2)s^2+(C_1+C_2))}$$

$$=\frac{L_1\cancel{C_1}L_2\cancel{C_2}}{\cancel{C_1}\cancel{C_2}(L_1+L_2)}\frac{\left(s^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(s^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{s\left(s^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

12

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$Z(s) = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(s^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(s^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{s\left(s^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

$$K = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2},\quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}},\quad \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}},$$

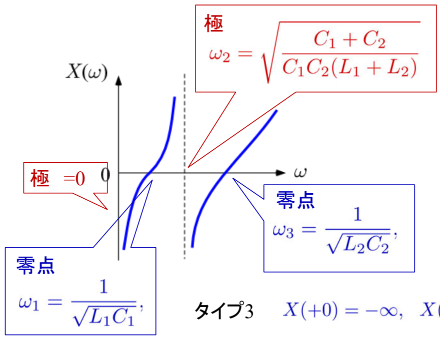
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}}$$

$$Z(j\omega) = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{j\omega\left(-\omega^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

$$X(\omega) = -\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{\omega\left(-\omega^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

13

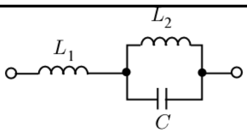
$$X(\omega) = -\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{\omega\left(-\omega^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$




タイプ3 $X(+0) = -\infty,\quad X(\infty) = \infty$

14

**【問題2】どのタイプか答えよ**




$$Z(s) = L_1s + \frac{sL_2\frac{1}{sC}}{sL_2+\frac{1}{sC}}$$

$$= L_1s + \frac{sL_2}{1+s^2L_2C}$$

$$= \frac{L_1s(1+s^2L_2C)+sL_2}{1+s^2L_2C} = \frac{s((L_1+L_2)+L_1L_2Cs^2)}{L_2Cs^2+1}$$

$$= \frac{L_1L_2C}{L_2C}\frac{s\left(s^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}\right)}{s^2+\frac{1}{L_2C}}$$

$$= L_1\frac{s\left(s^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}\right)}{s^2+\frac{1}{L_2C}}$$

$$K = L_1,\quad \omega_3 = \sqrt{\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2C}}$$

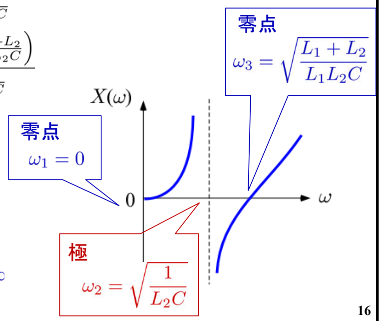
$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

15

$$Z(s) = L_1\frac{s\left(s^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}\right)}{s^2+\frac{1}{L_2C}}$$

$$Z(j\omega) = L_1\frac{j\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}\right)}{-\omega^2+\frac{1}{L_2C}}$$

$$X(\omega) = L_1\frac{\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2C}\right)}{-\omega^2+\frac{1}{L_2C}}$$

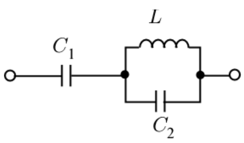



タイプ1

$X(0) = 0,\quad X(\infty) = \infty$

16

**【問題3】どのタイプか答えよ**




$$Z(s) = \frac{1}{sC_1} + \frac{sL\frac{1}{sC_2}}{sL+\frac{1}{sC_2}}$$

$$= \frac{1}{sC_1} + \frac{sL}{s^2LC_2+1}$$

$$= \frac{(s^2LC_2+1)+s^2LC_1}{sC_1(s^2LC_2+1)}$$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$= \frac{L(C_1+C_2)s^2+1}{sC_1(s^2LC_2+1)}$$

$$= \frac{L(C_1+C_2)}{LC_1C_2}\frac{s^2+\frac{1}{L(C_1+C_2)}}{s(s^2+\frac{1}{LC_2})}$$

$$= \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{s^2+\frac{1}{L(C_1+C_2)}}{s(s^2+\frac{1}{LC_2})}$$

$$K = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2)}}$$

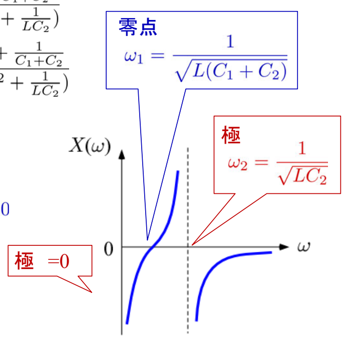
$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}}$$

17

$$Z(s) = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{s^2+\frac{1}{L(C_1+C_2)}}{s(s^2+\frac{1}{LC_2})}$$

$$Z(j\omega) = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{-\omega^2+\frac{1}{C_1+C_2}}{j\omega(-\omega^2+\frac{1}{LC_2})}$$

$$X(j\omega) = -\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{-\omega^2+\frac{1}{C_1+C_2}}{\omega(-\omega^2+\frac{1}{LC_2})}$$

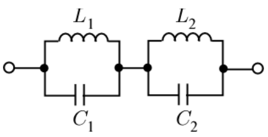



タイプ4

$X(+0) = -\infty,\quad X(\infty) = 0$

18

**【問題4】どのタイプか答えよ**




$$Z(s)=\frac{sL_1\frac{1}{sC_1}}{sL_1+\frac{1}{sC_1}}+\frac{sL_2\frac{1}{sC_2}}{sL_2+\frac{1}{sC_2}}$$

$$=\frac{sL_1}{1+s^2L_1C_1}+\frac{sL_2}{1+s^2L_2C_2}$$

$$=\frac{sL_1(1+s^2L_2C_2)+sL_2(1+s^2L_1C_1)}{(1+s^2L_1C_1)(1+s^2L_2C_2)}$$

$$=\frac{1}{L_1C_1L_2C_2}\frac{s((L_1+L_2)+s^2L_1L_2(C_1+C_2))}{(\frac{1}{L_1C_1}+s^2)(\frac{1}{L_2C_2}+s^2)}$$

$$=\frac{\cancel{L_1}\cancel{L_2}(C_1+C_2)}{\cancel{L_1}C_1\cancel{L_2}C_2}\frac{s\left(s^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(s^2+\frac{1}{L_1C_1})(s^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$

$$=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{s\left(s^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(s^2+\frac{1}{L_1C_1})(s^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$

19

$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$Z(s)=\boxed{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}}\frac{s\left(s^2+\boxed{\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}}\right)}{(s^2+\boxed{\frac{1}{L_1C_1}})(s^2+\boxed{\frac{1}{L_2C_2}})}$$

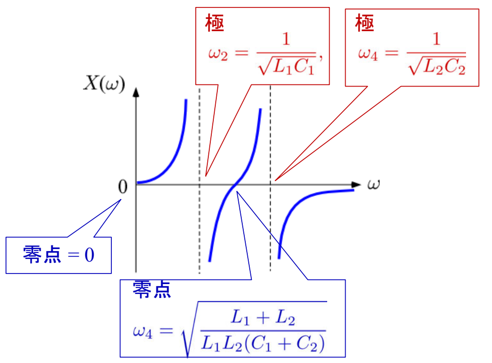
$$K=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2},\quad \omega_2=\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}},\quad \omega_4=\frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$$

$$\omega_4=\sqrt{\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}}$$

$$Z(j\omega)=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{j\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1})(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$

$$X(j\omega)=\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1})(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$

20




タイプ2　$X(0)=0,\quad X(\infty)=0$

21