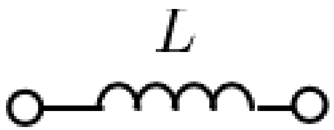
第 1 章：1端子対回路

1.2 インピーダンス関数

キーワード： リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。

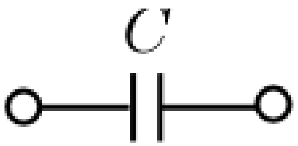
$s = j\omega$ を用いる



インピーダンス

$$Z(j\omega) = j\omega L$$

$$Z(s) = Ls$$



インピーダンス

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z(s) = \frac{1}{sC}$$

リアクタンス関数

インダクタンス L とキャパシタンス C からのみなる回路の

駆動点イミタンス（インピーダンスまたはアドミタンス）

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$s = j\omega$ を代入

$$F(j\omega) = K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{j\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$= j\underbrace{\boxed{\left(-K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}\right)}}_{X(\omega)}$$

$$= jX(\omega)$$

$$s = \pm\omega_1,\ \ \pm\omega_3,\ \ \pm\omega_{2n-1}$$

零点 $(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)=0$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

極 $s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)=0$

$$s = 0,\ \ \pm\omega_2,\ \ \pm\omega_4,\ \ \pm\omega_{2n-2}$$

$$F(j\omega) = jX(\omega)$$

$X(\omega)$ は4つに分類できる

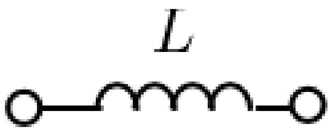
タイプ1　$X(0) = 0, \quad X(\infty) = \infty$

タイプ2　$X(0) = 0, \quad X(\infty) = 0$

タイプ3　$X(+0) = -\infty, \quad X(\infty) = \infty$

タイプ4　$X(+0) = -\infty, \quad X(\infty) = 0$

(1) タイプ1　$X(0) = 0, \quad X(\infty) = \infty$

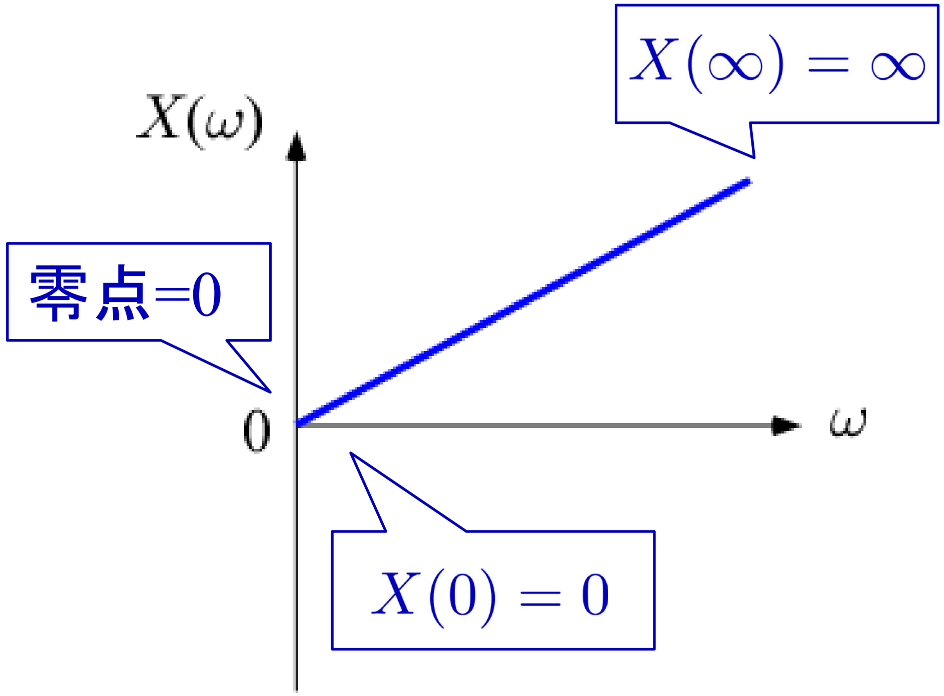


インピーンダンス

$$Z(s) = Ls$$

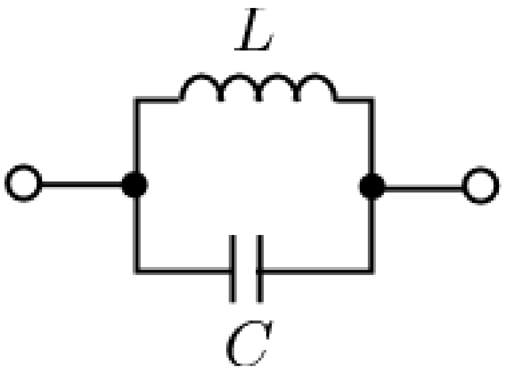
$$Z(j\omega) = j\boxed{\omega L}$$

$$X(\omega) = \omega L$$



(2) タイプ2

$X(0)=0,\quad X(\infty)=0$



$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーダンス

$$Z(s)=\frac{sL\frac{1}{sC}}{sL+\frac{1}{sC}}$$

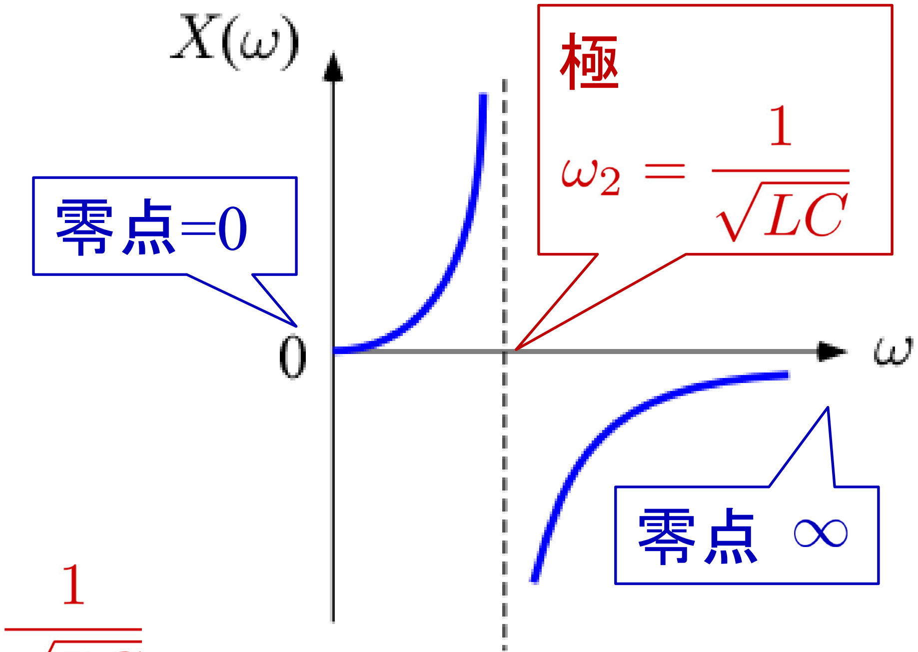
$$=\frac{sL}{1+s^2LC}=\frac{L}{LC}\frac{s}{s^2+\frac{1}{LC}}$$

$$Z(j\omega)=\frac{L}{LC}\frac{j\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$

$$=j\frac{1}{C}\frac{\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$

$$\omega_2=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$X(j\omega)=\frac{1}{C}\frac{\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$



タイプ3　$X(+0) = -\infty,\quad X(\infty) = \infty$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーンダンス

$$Z(s) = sL + \frac{1}{sC}$$

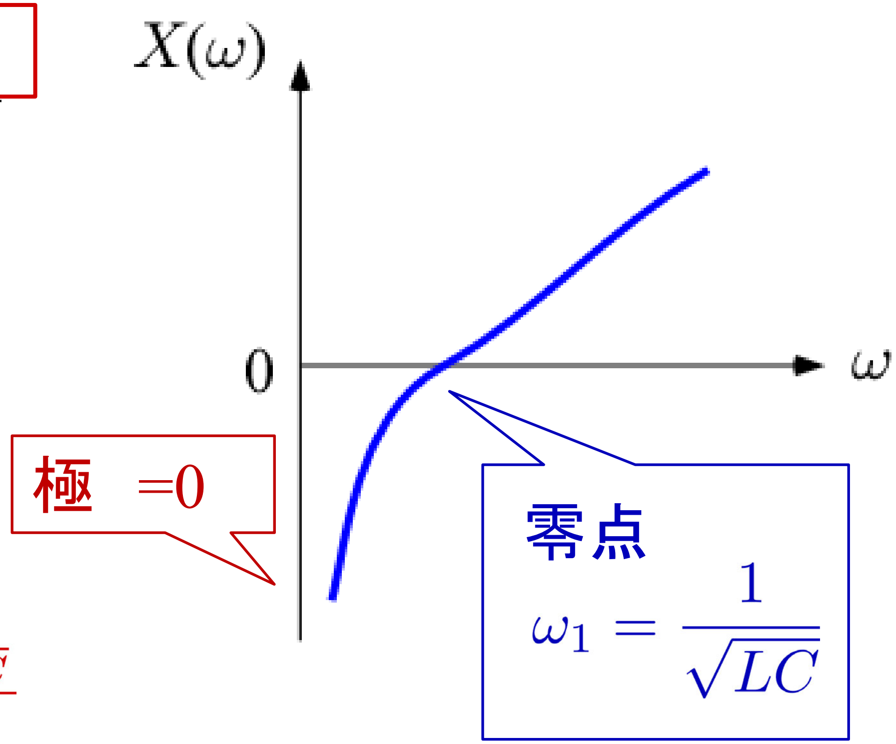
$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{s^2LC+1}{sC} = \frac{LC}{C}\frac{s^2+\boxed{\frac{1}{LC}}}{s}$$

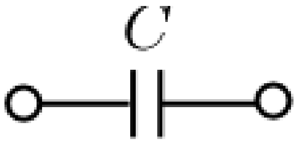
$$Z(j\omega) = L\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{j\omega}$$

$$= j\boxed{(-L)\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{\omega}}$$

$$X(\omega) = -L\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{\omega}$$



タイプ4　$X(+0) = -\infty, \quad X(\infty) = 0$

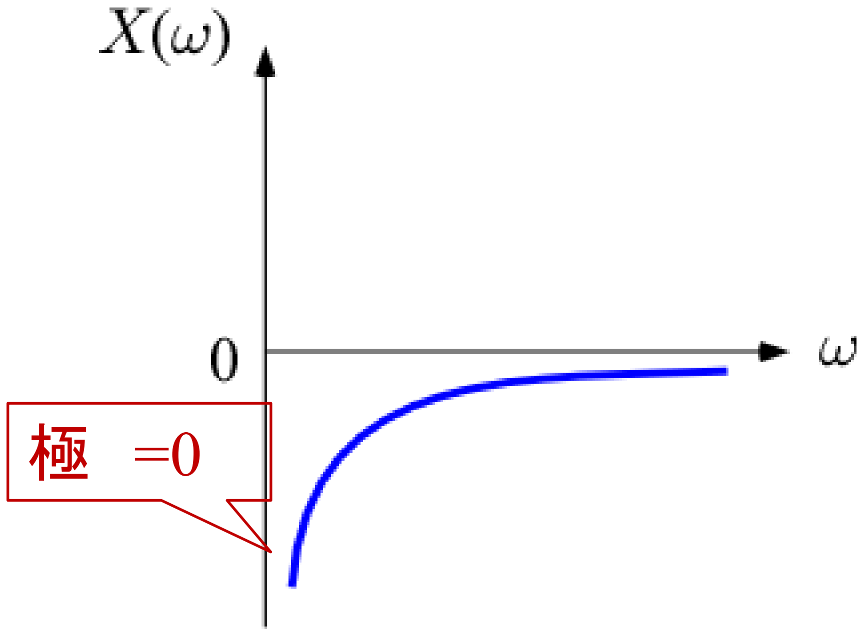


インピーダンス

$$Z(s) = \frac{1}{sC}$$

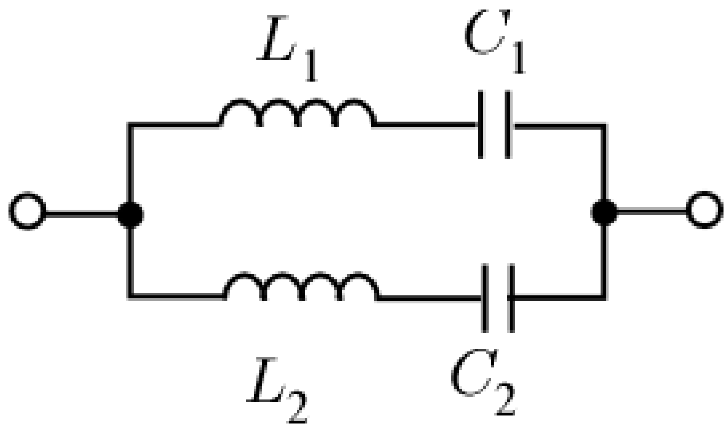
$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = j\left(-\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$X(\omega) = -\frac{1}{\omega C}$$

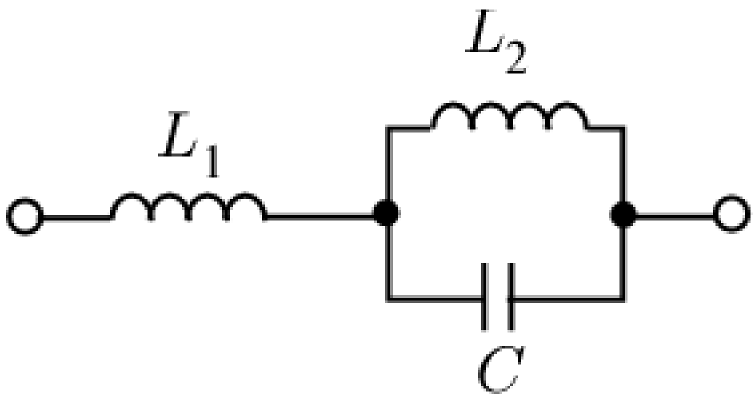


どのタイプか答えよ

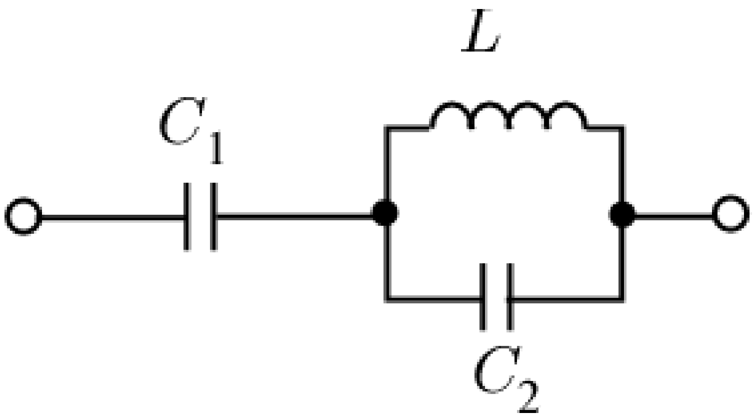
【問題1】



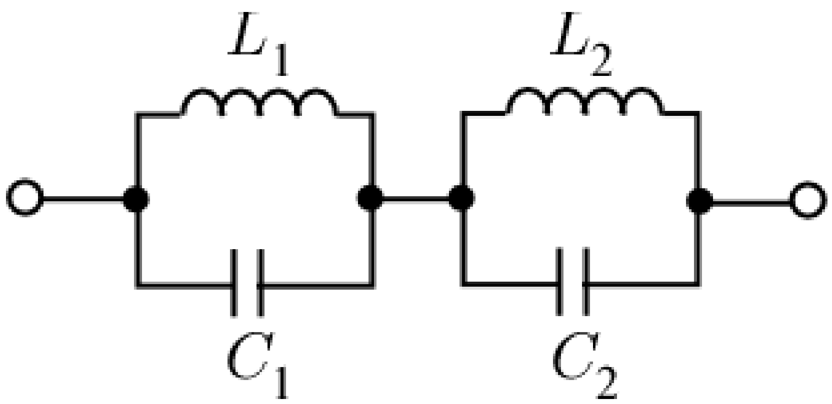
【問題2】



【問題3】



【問題4】



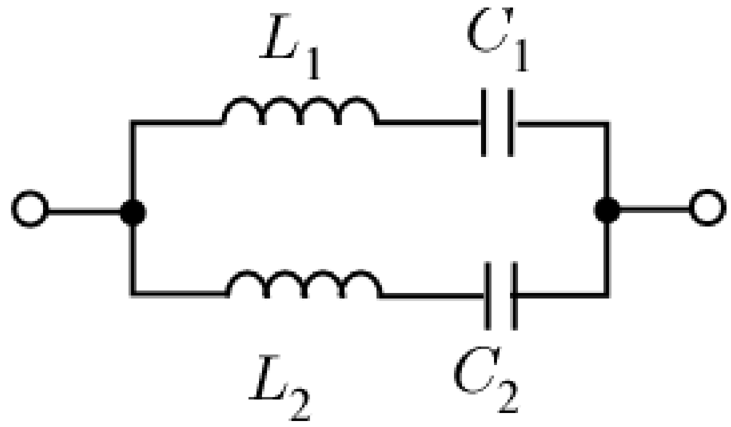
第 1 章：1端子対回路

1.2 インピーダンス関数

キーワード： リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。

【問題1】どのタイプか答えよ



$$Z(s) = \frac{\left(sL_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\left(sL_2 + \frac{1}{sC_2}\right)}{\left(sL_1 + \frac{1}{sC_1}\right) + \left(sL_2 + \frac{1}{sC_2}\right)}$$

$$= \frac{\left(s^2L_1C_1 + 1\right)\left(s^2L_2C_2 + 1\right)}{sC_2\left(s^2L_1C_1 + 1\right) + sC_1\left(s^2L_2C_2 + 1\right)}$$

$$= \frac{\left(s^2L_1C_1 + 1\right)\left(s^2L_2C_2 + 1\right)}{s\left(s^2L_1C_1C_2 + C_2 + s^2L_2C_2C_1 + C_1\right)}$$

$$= \frac{\left(s^2L_1C_1 + 1\right)\left(s^2L_2C_2 + 1\right)}{s\left(C_1C_2(L_1 + L_2)s^2 + (C_1 + C_2)\right)}$$

$$= \frac{L_1\cancel{C_1}L_2\cancel{C_2}}{\cancel{C_1}\cancel{C_2}(L_1 + L_2)} \frac{\left(s^2 + \frac{1}{L_1C_1}\right)\left(s^2 + \frac{1}{L_2C_2}\right)}{s\left(s^2 + \frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$Z(s) = \boxed{\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}}\frac{\left(s^2+\boxed{\frac{1}{L_1C_1}}\right)\left(s^2+\boxed{\frac{1}{L_2C_2}}\right)}{s\left(s^2+\boxed{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}}\right)}$$

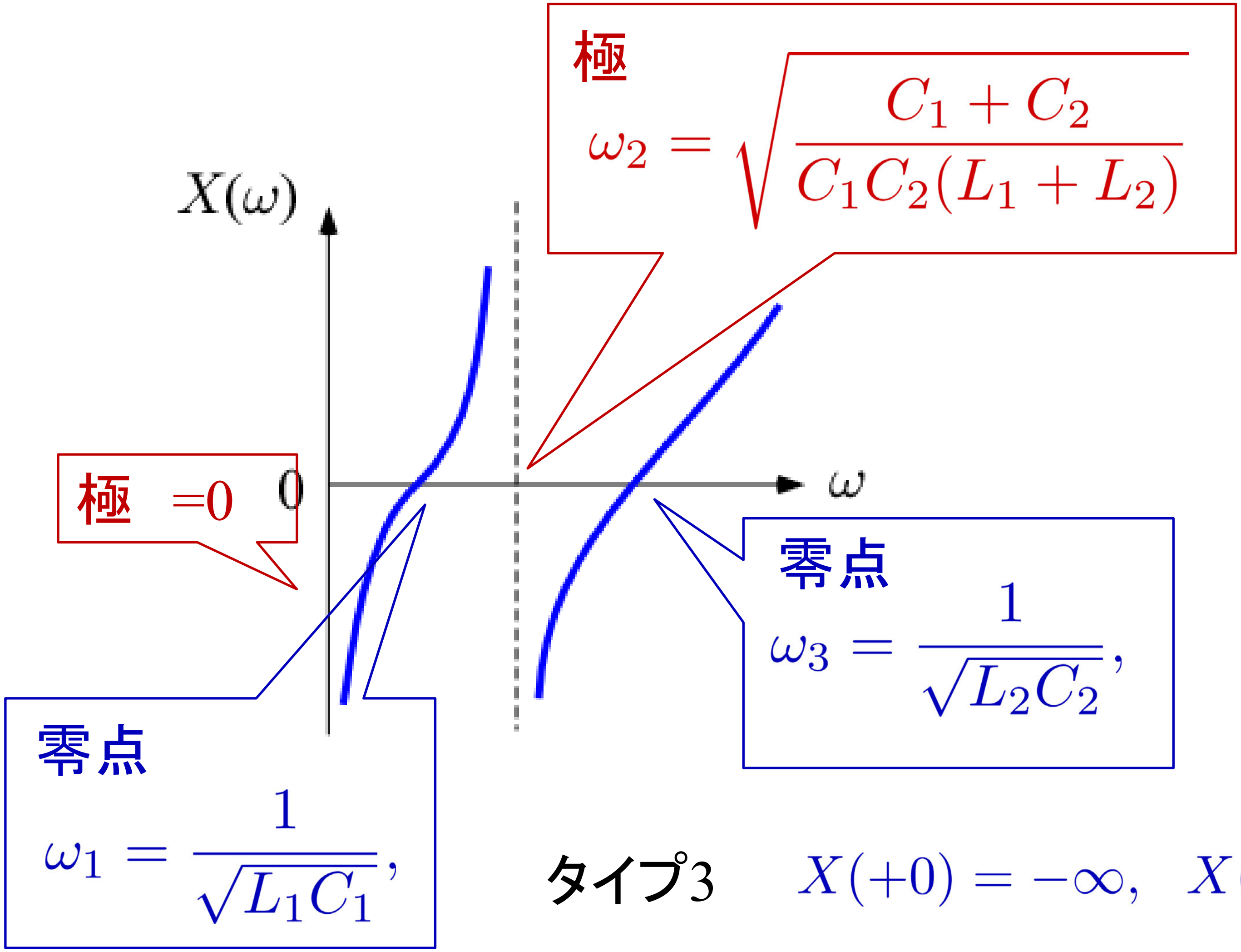
$$K = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}, \qquad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}, \quad \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}}$$

$$Z(j\omega) = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{j\omega\left(-\omega^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

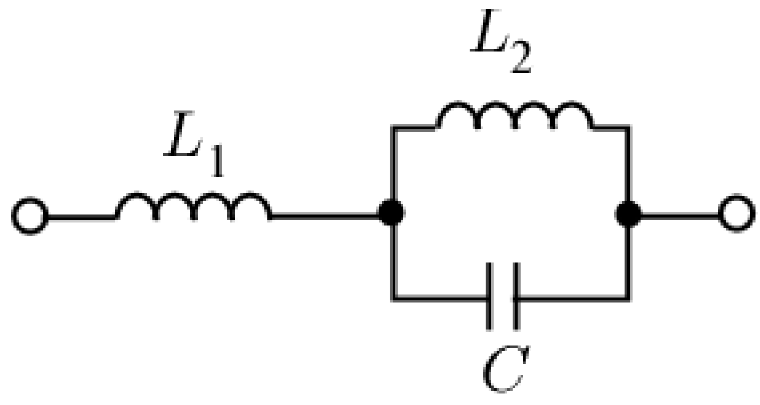
$$X(\omega) = -\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}\frac{\left(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1}\right)\left(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2}\right)}{\omega\left(-\omega^2+\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}\right)}$$

$$X(\omega) = -\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \frac{\left(-\omega^2 + \frac{1}{L_1 C_1}\right)\left(-\omega^2 + \frac{1}{L_2 C_2}\right)}{\omega\left(-\omega^2 + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 (L_1 + L_2)}\right)}$$



タイプ3　$X(+0) = -\infty, \quad X(\infty) = \infty$

【問題2】どのタイプか答えよ



$$Z(s) = L_1 s + \frac{sL_2 \frac{1}{sC}}{sL_2 + \frac{1}{sC}}$$

$$= L_1 s + \frac{sL_2}{1 + s^2 L_2 C}$$

$$= \frac{L_1 s(1 + s^2 L_2 C) + sL_2}{1 + s^2 L_2 C} = \frac{s((L_1 + L_2) + L_1 L_2 C s^2)}{L_2 C s^2 + 1}$$

$$= \frac{L_1 L_2 C}{L_2 C} \frac{s\left(s^2 + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}\right)}{s^2 + \frac{1}{L_2 C}}$$

$$= \boxed{L_1} \frac{s\left(s^2 + \boxed{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}\right)}{s^2 + \boxed{\frac{1}{L_2 C}}}$$

$$K = L_1, \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}}$$

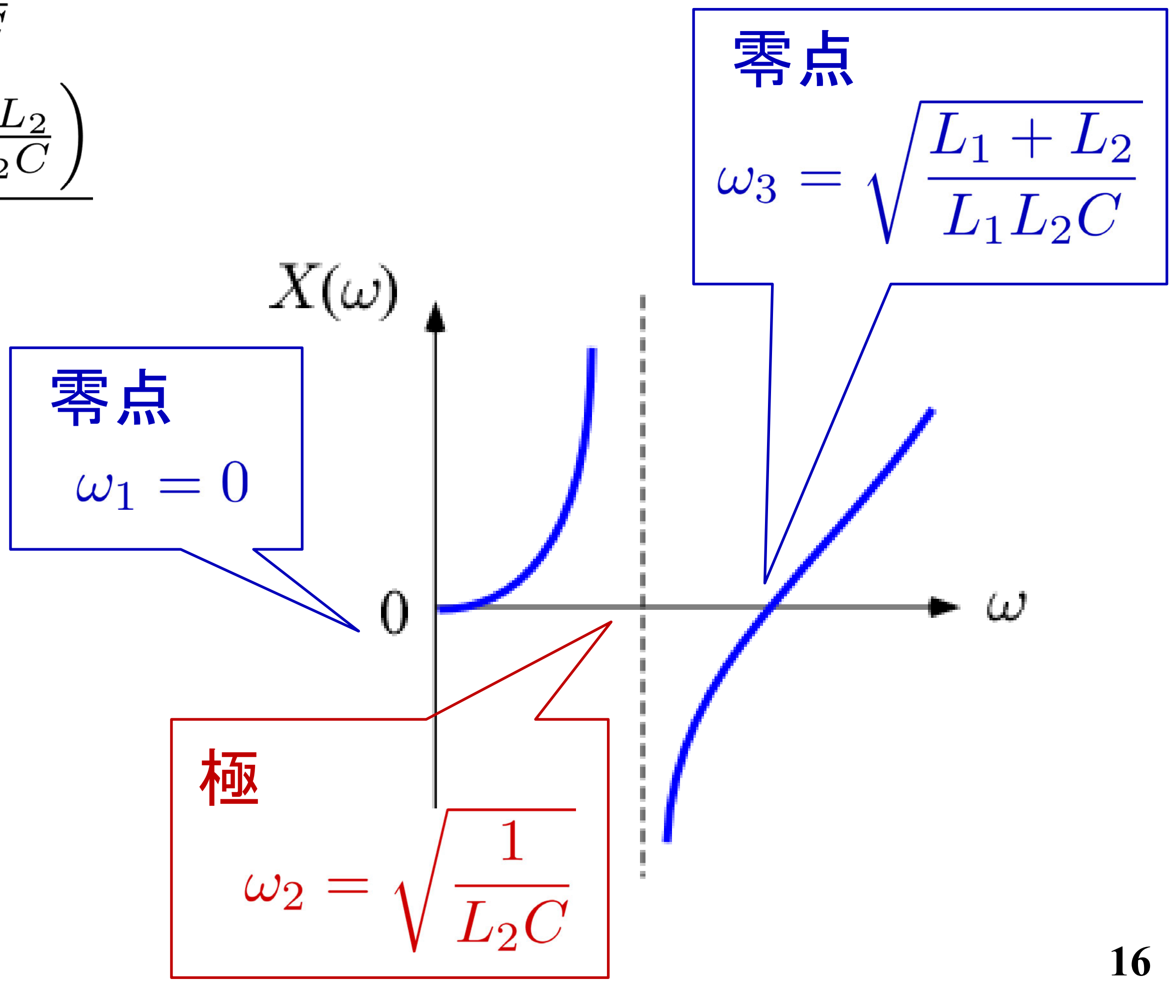
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_2 C}}$$

$$F(s) = K \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \cdots (s^2 + \omega_{2n-1}^2)}{s(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \cdots (s^2 + \omega_{2n-2}^2)}$$

$$Z(s) = L_1 \frac{s\left(s^2 + \frac{L_1+L_2}{L_1 L_2 C}\right)}{s^2 + \frac{1}{L_2 C}}$$

$$Z(j\omega) = L_1 \frac{j\omega\left(-\omega^2 + \frac{L_1+L_2}{L_1 L_2 C}\right)}{-\omega^2 + \frac{1}{L_2 C}}$$

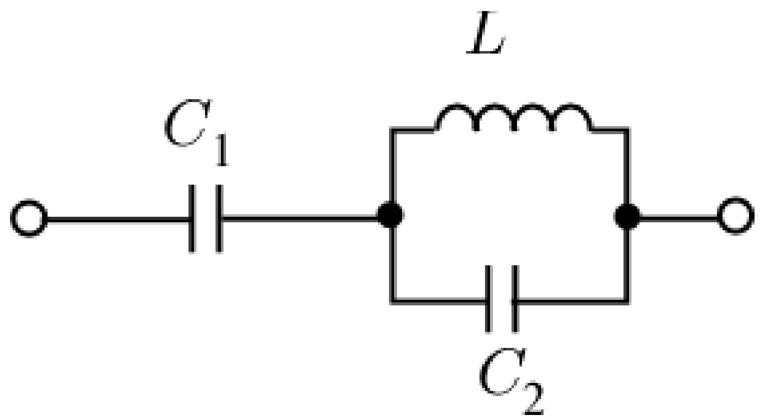
$$X(\omega) = L_1 \frac{\omega\left(-\omega^2 + \frac{L_1+L_2}{L_1 L_2 C}\right)}{-\omega^2 + \frac{1}{L_2 C}}$$



タイプ1

$X(0) = 0, \quad X(\infty) = \infty$

【問題3】どのタイプか答えよ



$$Z(s) = \frac{1}{sC_1} + \frac{sL\frac{1}{sC_2}}{sL + \frac{1}{sC_2}}$$

$$= \frac{1}{sC_1} + \frac{sL}{s^2 LC_2 + 1}$$

$$= \frac{(s^2 LC_2 + 1) + s^2 LC_1}{sC_1(s^2 LC_2 + 1)}$$

$$= \frac{L(C_1 + C_2)s^2 + 1}{sC_1(s^2 LC_2 + 1)}$$

$$= \frac{L(C_1 + C_2)}{LC_1 C_2} \frac{s^2 + \frac{1}{L(C_1+C_2)}}{s(s^2 + \frac{1}{LC_2})}$$

$$= \boxed{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}} \frac{s^2 + \boxed{\frac{1}{L(C_1+C_2)}}}{s(s^2 + \boxed{\frac{1}{LC_2}})}$$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$$K = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}}$$

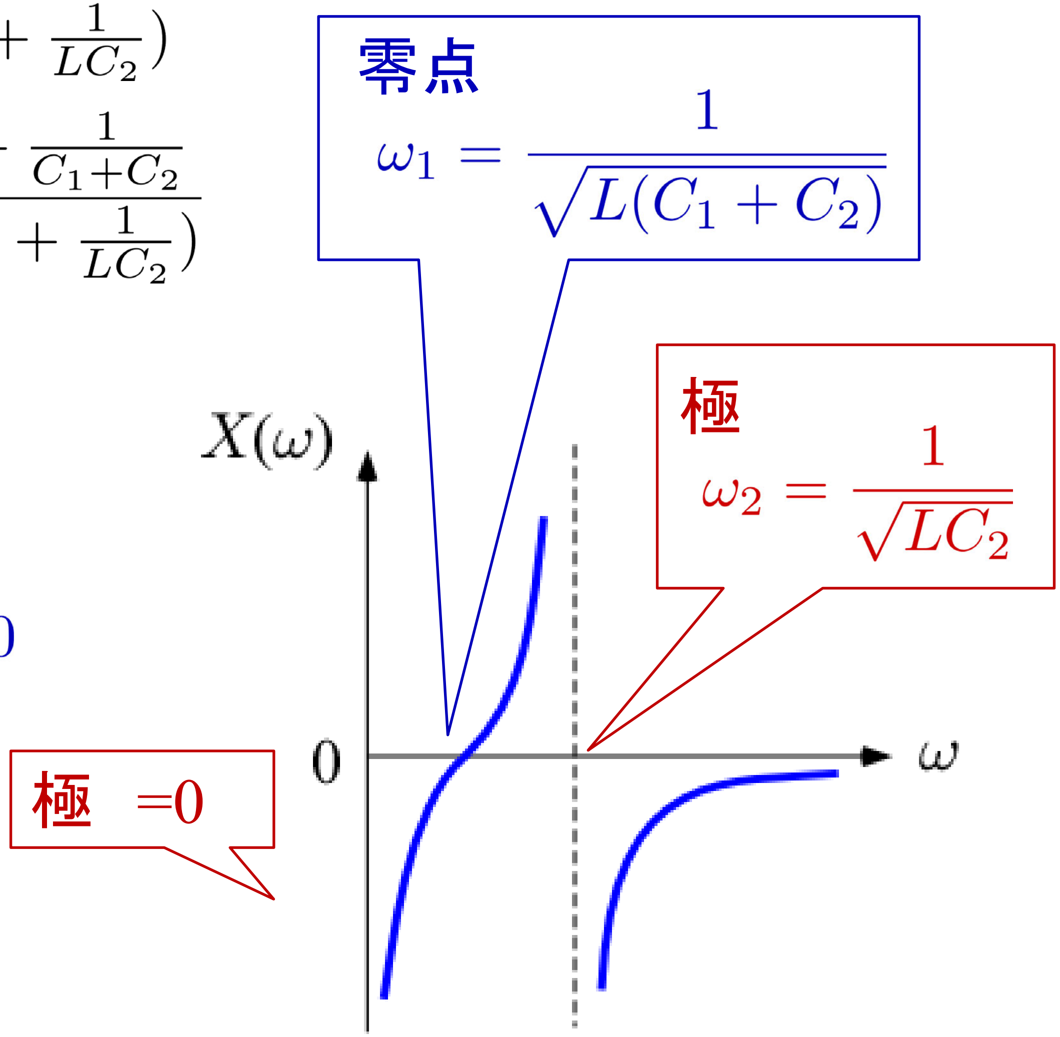
$$Z(s) = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \frac{s^2 + \frac{1}{L(C_1+C_2)}}{s(s^2 + \frac{1}{LC_2})}$$

$$Z(j\omega) = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \frac{-\omega^2 + \frac{1}{C_1+C_2}}{j\omega(-\omega^2 + \frac{1}{LC_2})}$$

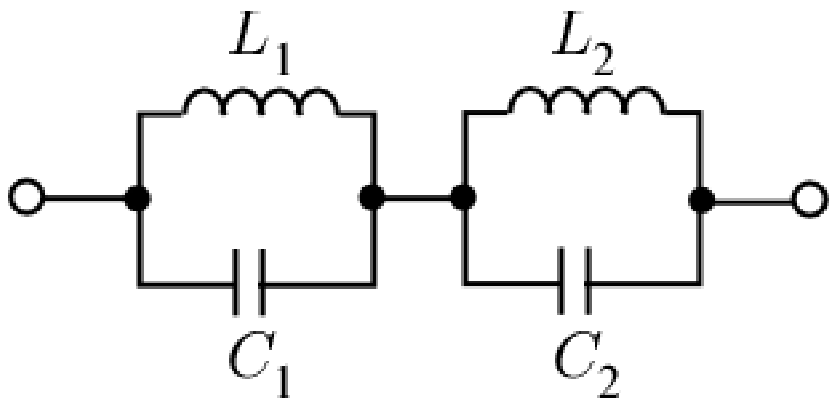
$$X(j\omega) = -\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \frac{-\omega^2 + \frac{1}{C_1+C_2}}{\omega(-\omega^2 + \frac{1}{LC_2})}$$

タイプ4

$X(+0) = -\infty, \quad X(\infty) = 0$



【問題4】どのタイプか答えよ



$$
\begin{aligned}
Z(s) &= \frac{sL_1 \frac{1}{sC_1}}{sL_1 + \frac{1}{sC_1}} + \frac{sL_2 \frac{1}{sC_2}}{sL_2 + \frac{1}{sC_2}} \\
&= \frac{sL_1}{1 + s^2 L_1 C_1} + \frac{sL_2}{1 + s^2 L_2 C_2} \\
&= \frac{sL_1(1 + s^2 L_2 C_2) + sL_2(1 + s^2 L_1 C_1)}{(1 + s^2 L_1 C_1)(1 + s^2 L_2 C_2)} \\
&= \frac{1}{L_1 C_1 L_2 C_2} \frac{s((L_1 + L_2) + s^2 L_1 L_2 (C_1 + C_2))}{(\frac{1}{L_1 C_1} + s^2)(\frac{1}{L_2 C_2} + s^2)} \\
&= \frac{\cancel{L_1} \cancel{L_2} (C_1 + C_2)}{\cancel{L_1} C_1 \cancel{L_2} C_2} \frac{s\left(s^2 + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}\right)}{(s^2 + \frac{1}{L_1 C_1})(s^2 + \frac{1}{L_2 C_2})} \\
&= \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \frac{s\left(s^2 + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}\right)}{(s^2 + \frac{1}{L_1 C_1})(s^2 + \frac{1}{L_2 C_2})}
\end{aligned}
$$

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

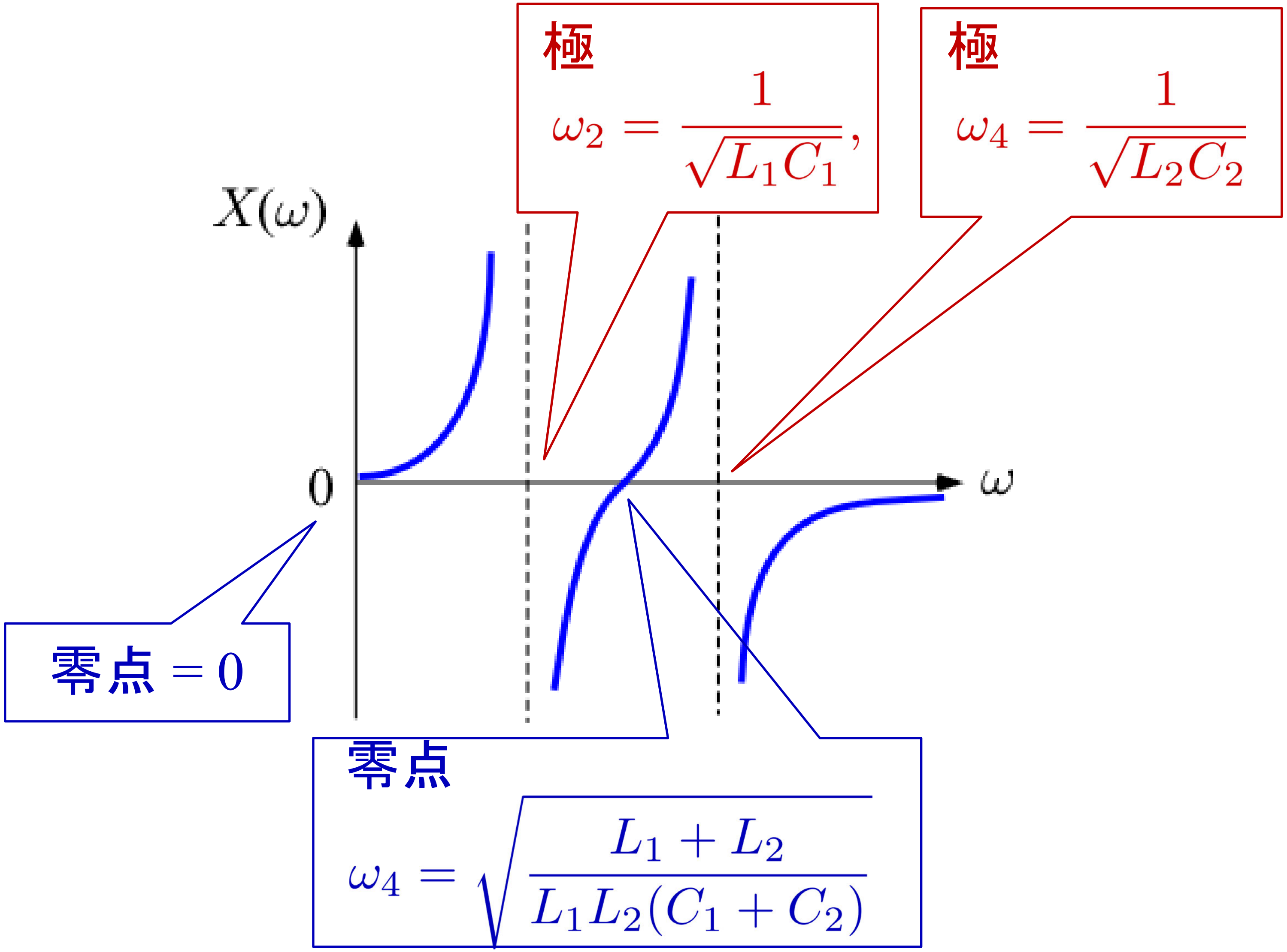
$$Z(s) = \boxed{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}}\frac{s\left(s^2+\boxed{\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}}\right)}{(s^2+\boxed{\frac{1}{L_1C_1}})(s^2+\boxed{\frac{1}{L_2C_2}})}$$

$$K = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}, \quad \omega_4 = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}}$$

$$Z(j\omega) = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{j\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1})(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$

$$X(j\omega) = \frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\frac{\omega\left(-\omega^2+\frac{L_1+L_2}{L_1L_2(C_1+C_2)}\right)}{(-\omega^2+\frac{1}{L_1C_1})(-\omega^2+\frac{1}{L_2C_2})}$$



タイプ2　$X(0) = 0, \quad X(\infty) = 0$