第 2 章 ：2端子対回路

2.4 ハイブリッド行列（H行列）
2.5 伝送行列（F行列，4端子定数）
2.6 2端子対回路の接続

キーワード： H行列，4端子定数

学習目標：Hパラメータ，4端子定数による表示ができるようになる。2端子対回路の接続ができるようになる。

2 2端子対回路
2.4 ハイブリッド行列

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$H_{11} = \left[\dfrac{E_1}{I_1}\right]_{E_2=0}$ ：短絡駆動点インピーダンス

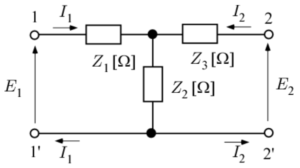
$H_{12} = \left[\dfrac{E_1}{E_2}\right]_{I_1=0}$ ：開放電圧減衰率

$H_{21} = \left[\dfrac{I_2}{I_1}\right]_{E_2=0}$ ：短絡電流増幅率

$H_{22} = \left[\dfrac{I_2}{E_2}\right]_{I_1=0}$ ：開放駆動点アドミタンス

【例】第2章【5】

（解法1）



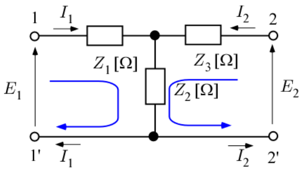
$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_2(I_1 + I_2)$$
$$E_2 = Z_3 I_2 + Z_2(I_1 + I_2)$$

$\Rightarrow$

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2 I_2 \quad (1)$$
$$E_2 = Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 \quad (2)$$

(2) 式より

$$I_2 = \underbrace{\boxed{\frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{21}} I_1 + \underbrace{\boxed{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{22}} E_2 \quad (3)$$



$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2 I_2 \quad (1)$$
$$I_2 = \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3} E_2 \quad (3)$$

(3) 式を (1) 式へ代入

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2\left(\frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3} E_2\right)$$

$$= \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2^2}{Z_2 + Z_3} I_1 + \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} E_2$$

$$= \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{11}} I_1 + \underbrace{\boxed{\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{12}} E_2$$

（解法2）

端子22'短絡 $\Rightarrow E_2 = 0$

$$E_1 = \left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}\right) I_1$$

$$= \frac{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1$$

$$= \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{11}} I_1$$

分流より 電流の向き

$$I_2 = \underbrace{\boxed{\frac{\boxed{-}Z_2}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{21}} I_1$$

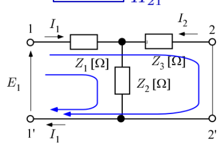
端子11'解法 $\Rightarrow I_1 = 0$

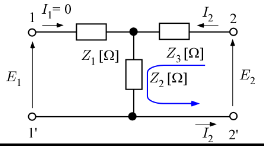
分圧より

$$E_1 = \underbrace{\boxed{\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{12}} E_2$$

オームの法則より

$$I_2 = \underbrace{\boxed{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}}_{H_{22}} E_2$$





2 2端子対回路
2.5 伝送行列（F行列，4端子定数）

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$A = \left[\dfrac{E_1}{E_2}\right]_{I_2=0}$ ：開放電圧減衰率

$B = \left[\dfrac{E_1}{I_2}\right]_{E_2=0}$ ：短絡伝達インピーダンス

$C = \left[\dfrac{I_1}{E_2}\right]_{I_2=0}$ ：開放駆動点アドミタンス

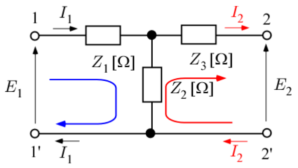
$D = \left[\dfrac{I_1}{I_2}\right]_{E_2=0}$ ：短絡電流減衰率

相反回路の場合は $AD - BC = 1$

【例】第2章【12】

(解法1)

$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_2(I_1 - I_2) \quad (1)$$
$$E_2 = -Z_3 I_2 + Z_2(I_1 - I_2) \quad (2)$$



(2) 式より

$$Z_2 I_1 = E_2 + (Z_3 + Z_2) I_2$$
$$I_1 = \frac{E_2 + (Z_3 + Z_2) I_2}{Z_2} \quad (3)$$
$$= \underbrace{\boxed{\frac{1}{Z_2}}}_{C} E_2 + \underbrace{\boxed{\frac{Z_3 + Z_2}{Z_2}}}_{D} I_2$$

(1) 式より

$$E_1 = (Z_1 + Z_2) I_1 - Z_2 I_2$$

(3) 式を代入

$$E_1 = (Z_1 + Z_2) \frac{E_2 + (Z_3 + Z_2) I_2}{Z_2} - Z_2 I_2$$
$$= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} E_2 + \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_2) - Z_2^2}{Z_2} I_2$$
$$= \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}}}_{A} E_2 + \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2}}}_{B} I_2$$

(解法2)

端子22'解法 $\Rightarrow I_2 = 0$

分圧より

$$E_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} E_1$$
$$\Rightarrow \quad E_1 = \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}}}_{A} E_2$$

オームの法則より

$$E_2 = I_1 Z_2 \Rightarrow I_1 = \overset{C}{\boxed{\frac{1}{Z_2}}} E_2$$

端子22'短絡 $\Rightarrow E_2 = 0$

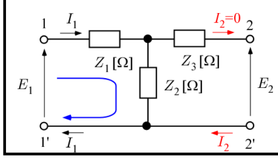
分流より

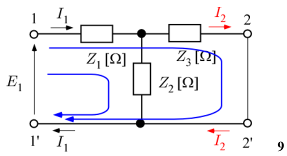
$$I_2 = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1 \Rightarrow I_1 = \underbrace{\boxed{\frac{Z_2 + Z_3}{Z_2}}}_{D} I_2$$

キルヒホッフの法則より

$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_3 I_2$$
$$= \underbrace{\boxed{\frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2}}}_{B} I_2$$

＊途中計算は次のページ





$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_3 I_2 = Z_1 \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} I_2 + Z_3 I_2$$
$$= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} I_2$$

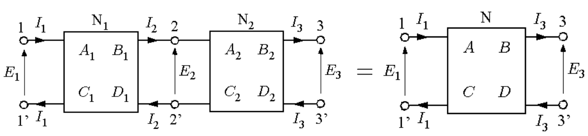
$$AD - BC = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} - \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} \frac{1}{Z_2}$$
$$= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1 + Z_2^2}{Z_2^2} - \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2^2}$$
$$= \frac{Z_2^2}{Z_2^2} = 1$$

$AD - BC = 1$

$A = D$ より対称回路であることが分かる

2 2端子対回路

2.6 2端子対回路の接続



$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

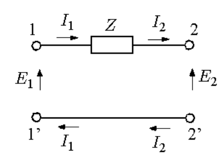
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

よって

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{bmatrix}$$

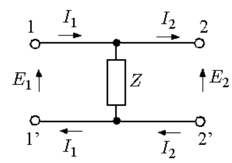
[回路1]

$$E_1 = E_2 + Z I_2$$
$$I_1 = I_2$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



[回路2]

$$E_1 = E_2$$
$$I_1 = \frac{E_2}{Z} + I_2$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix}$$

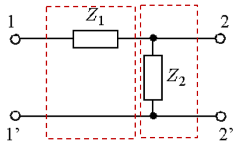


[回路3]

回路1　回路2

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix}$$

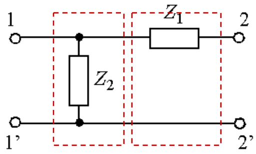


[回路4]

回路2　回路1

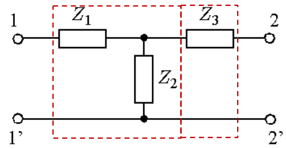
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 1/Z_2 & Z_1/Z_2 + 1 \end{bmatrix}$$



13

[回路5]



回路3　回路1

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_3(1 + Z_1/Z_2) + Z_1 \\ 1/Z_2 & Z_3/Z_2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & (Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1)/Z_2 \\ 1/Z_2 & 1 + Z_3/Z_2 \end{bmatrix}$$

14

第 2 章 ：2端子対回路

2.4 ハイブリッド行列（H行列）
2.5 伝送行列（F行列，4端子定数）
2.6 2端子対回路の接続

キーワード： H行列，4端子定数

学習目標：Hパラメータ，4端子定数による表示ができるようになる。2端子対回路の接続ができるようになる。

15