

## 第2章：2端子対回路

2.4 ハイブリッド行列(H行列)

2.5 伝送行列(F行列, 4端子定数)

2.6 2端子対回路の接続

キーワード： H行列, 4端子定数

学習目標： Hパラメータ, 4端子定数による表示ができるようになる。2端子対回路の接続ができるようになる。

## 2 2端子対回路

### 2.4 ハイブリッド行列

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$H_{11} = \left[ \frac{E_1}{I_1} \right]_{E_2=0} \quad : \text{短絡駆動点インピーダンス}$$

$$H_{12} = \left[ \frac{E_1}{E_2} \right]_{I_1=0} \quad : \text{開放電圧減衰率}$$

$$H_{21} = \left[ \frac{I_2}{I_1} \right]_{E_2=0} \quad : \text{短絡電流増幅率}$$

$$H_{22} = \left[ \frac{I_2}{E_2} \right]_{I_1=0} \quad : \text{開放駆動点アドミタンス}$$

## 【例】第2章【5】

(解法1)

$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_2(I_1 + I_2)$$

$$E_2 = Z_3 I_2 + Z_2(I_1 + I_2)$$

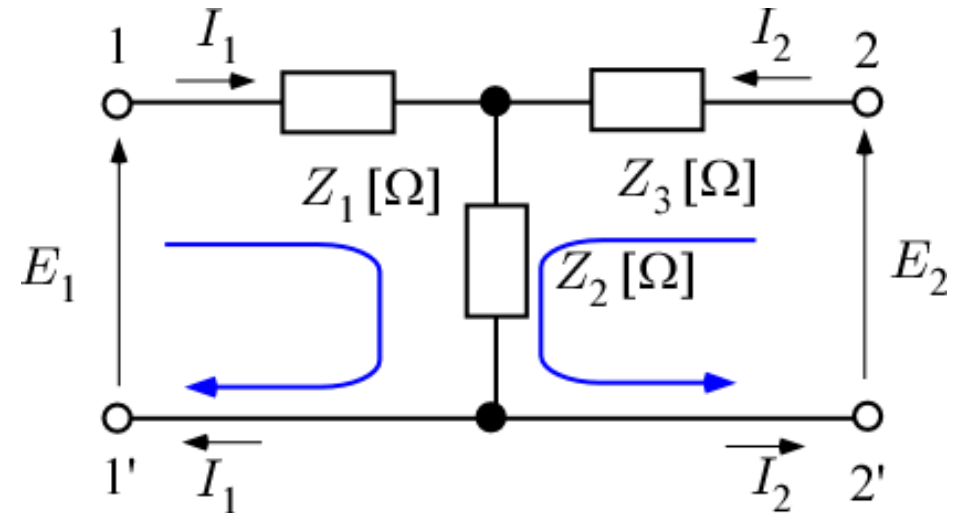
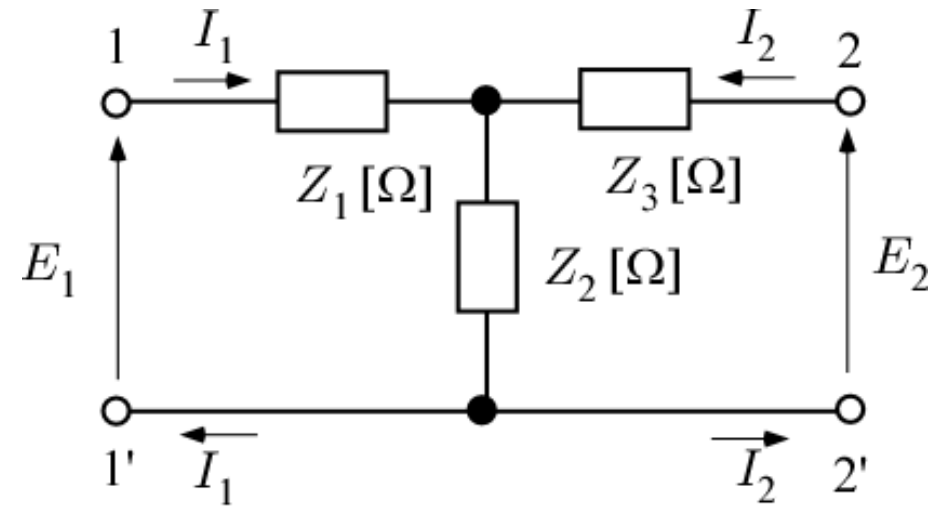
⇒

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2 I_2 \quad (1)$$

$$E_2 = Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 \quad (2)$$

(2) 式より

$$I_2 = \underbrace{\frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}}_{H_{21}} I_1 + \underbrace{\frac{1}{Z_2 + Z_3}}_{H_{22}} E_2 \quad (3)$$



$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2I_2 \quad (1)$$

$$I_2 = \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}I_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3}E_2$$

(3) 式を(1)式へ代入

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2 \left( \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}I_1 + \frac{1}{Z_2 + Z_3}E_2 \right) \quad (3)$$

$$= \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2^2}{Z_2 + Z_3}I_1 + \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}E_2$$

$$= \boxed{\frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_2 + Z_3}}I_1 + \boxed{\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}}E_2$$

$H_{11}$

$H_{12}$

## (解法2)

端子22'短絡  $\Rightarrow E_2 = 0$

$$E_1 = \left( Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \right) I_1$$

$$= \frac{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1$$

$$= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2 + Z_3} I_1$$

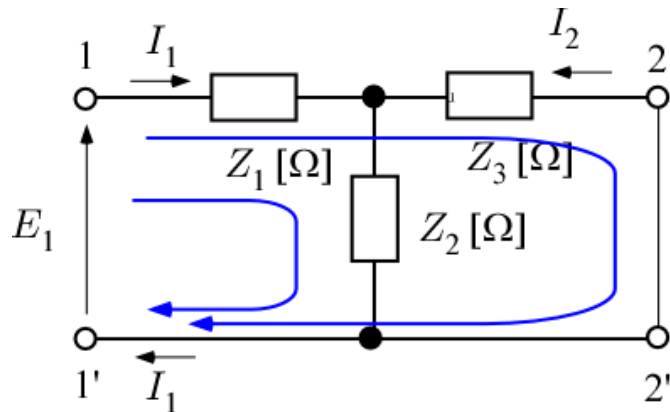
$H_{11}$

分流より

$$I_2 = \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1$$

$H_{21}$

電流の向き



端子11'解法  $\Rightarrow I_1 = 0$

分圧より

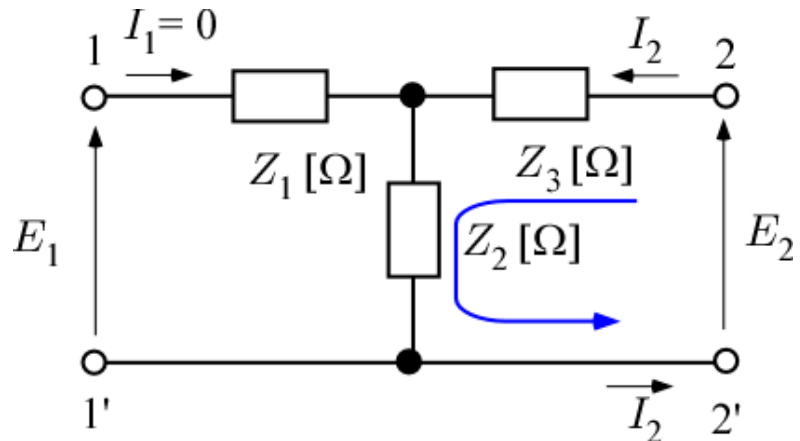
$$E_1 = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} E_2$$

$H_{12}$

オームの法則より

$$I_2 = \frac{1}{Z_2 + Z_3} E_2$$

$H_{22}$



## 2 2端子対回路

### 2.5 伝送行列 (F行列, 4端子定数)

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \left[ \frac{E_1}{E_2} \right]_{I_2=0} \quad : \text{開放電圧減衰率}$$

$$B = \left[ \frac{E_1}{I_2} \right]_{E_2=0} \quad : \text{短絡伝達インピーダンス}$$

$$C = \left[ \frac{I_1}{E_2} \right]_{I_2=0} \quad : \text{開放駆動点アドミタンス}$$

$$D = \left[ \frac{I_1}{I_2} \right]_{E_2=0} \quad : \text{短絡電流減衰率}$$

相反回路の場合は  $AD - BC = 1$

## 【例】第2章【12】

(解法1)

$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_2(I_1 - I_2) \quad (1)$$

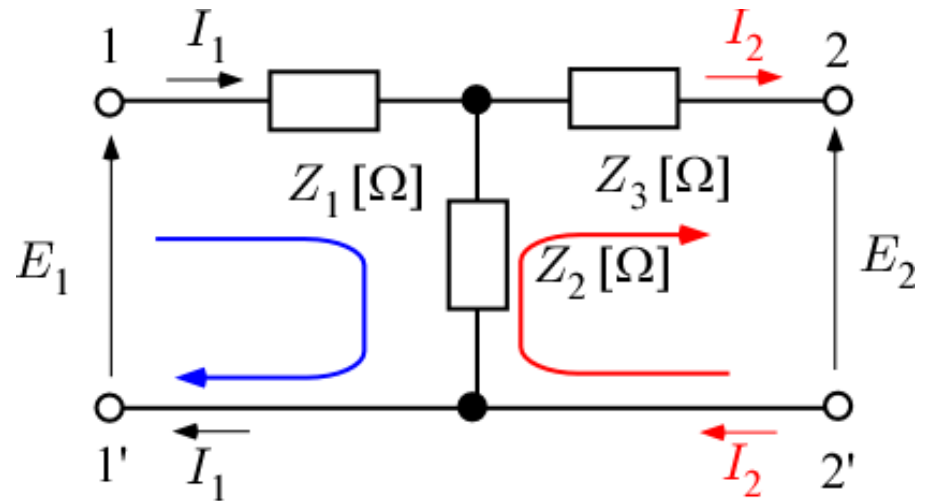
$$E_2 = -Z_3 I_2 + Z_2(I_1 - I_2) \quad (2)$$

(2) 式より

$$Z_2 I_1 = E_2 + (Z_3 + Z_2) I_2$$

$$I_1 = \frac{E_2 + (Z_3 + Z_2) I_2}{Z_2} \quad (3)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{Z_2}}_C E_2 + \underbrace{\frac{Z_3 + Z_2}{Z_2}}_D I_2$$



(3)

(1) 式より

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 - Z_2I_2$$

(3) 式を代入

$$\begin{aligned} E_1 &= (Z_1 + Z_2) \frac{E_2 + (Z_3 + Z_2)I_2}{Z_2} - Z_2I_2 \\ &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} E_2 + \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_2) - Z_2^2}{Z_2} I_2 \\ &= \boxed{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}} E_2 + \boxed{\frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_2}} I_2 \\ &\quad \quad \quad A \qquad \qquad \quad B \end{aligned}$$



## (解法2)

端子22'解法  $\Rightarrow I_2 = 0$

分圧より

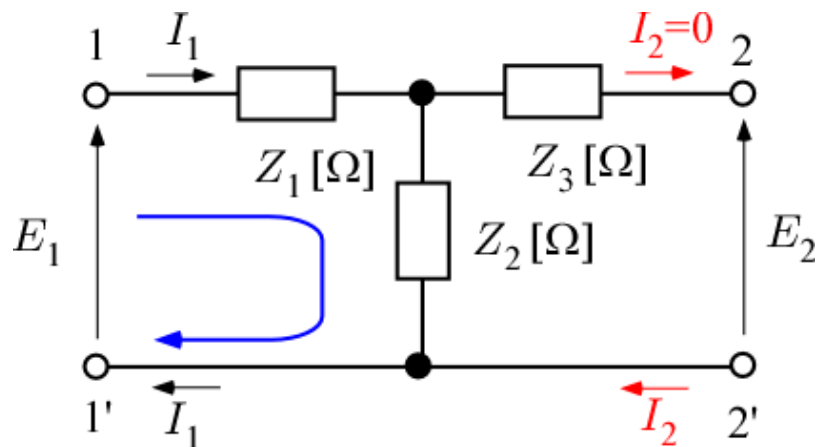
$$E_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} E_1$$
$$\Rightarrow E_1 = \boxed{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}} E_2$$

A

オームの法則より

$$E_2 = I_1 Z_2 \Rightarrow I_1 = \boxed{\frac{1}{Z_2}} E_2$$

C



端子22'短絡  $\Rightarrow E_2 = 0$

分流より

$$I_2 = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} I_1 \Rightarrow I_1 = \boxed{\frac{Z_2 + Z_3}{Z_2}} I_2$$

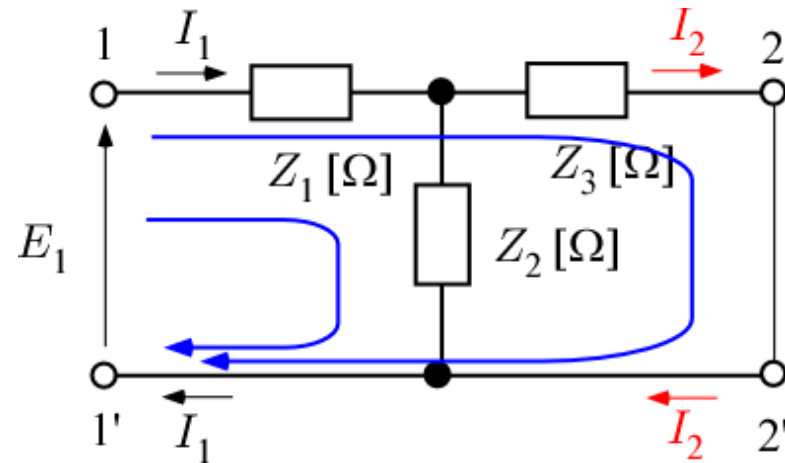
D

キルヒホッフの法則より

$$E_1 = Z_1 I_1 + Z_3 I_2$$

$$= \boxed{\frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2}} I_2$$

\* 途中計算は次のページ B



$$\begin{aligned} E_1 &= Z_1 I_1 + Z_3 I_2 = Z_1 \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} I_2 + Z_3 I_2 \\ &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} I_2 \end{aligned}$$

---

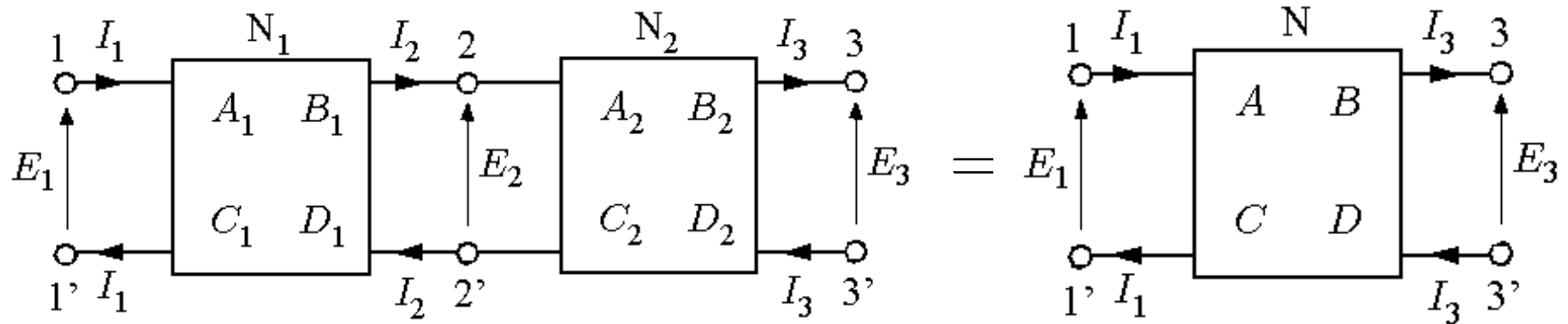
$$\begin{aligned} AD - BC &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} - \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} \frac{1}{Z_2} \\ &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1 + Z_2^2}{Z_2^2} - \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2^2} \\ &= \frac{Z_2^2}{Z_2^2} = 1 \end{aligned}$$

$$AD - BC = 1$$

$A = D$  より対称回路であることが分かる

## 2 2端子対回路

### 2.6 2端子対回路の接続



$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

よって

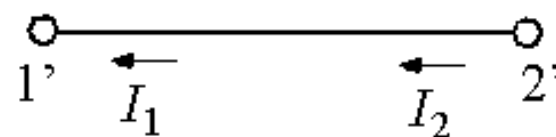
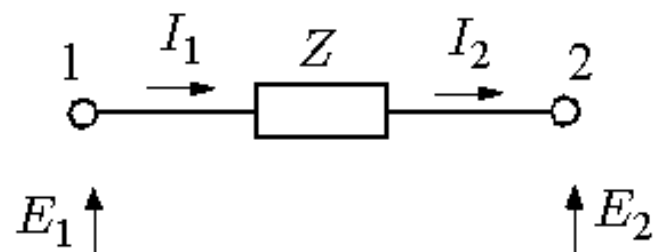
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{bmatrix}$$

[ 回路1 ]

$$E_1 = E_2 + ZI_2$$

$$I_1 = I_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

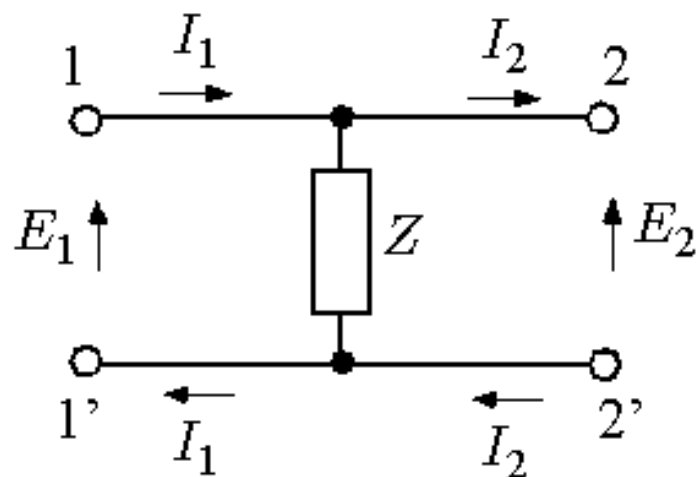


[回路2]

$$E_1 = E_2$$

$$I_1 = \frac{E_2}{Z} + I_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{bmatrix}$$

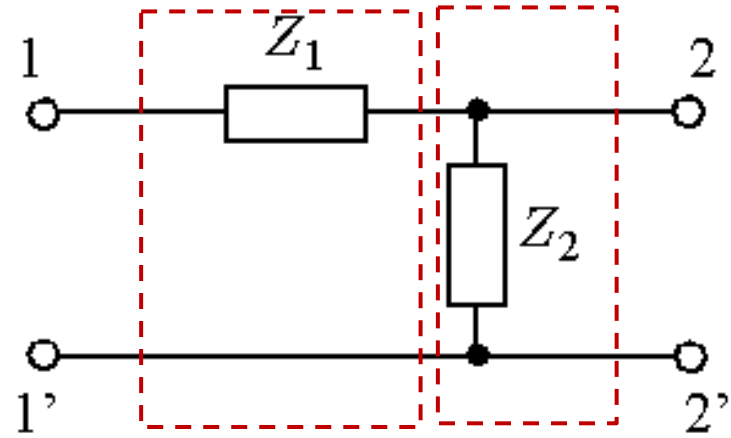


[ 回路3 ]

回路1

回路2

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

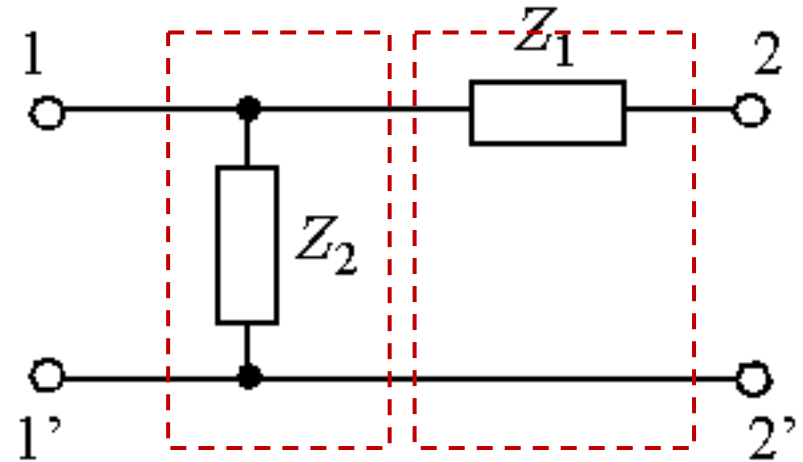


[ 回路4 ]

回路2

回路1

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 1/Z_2 & Z_1/Z_2 + 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

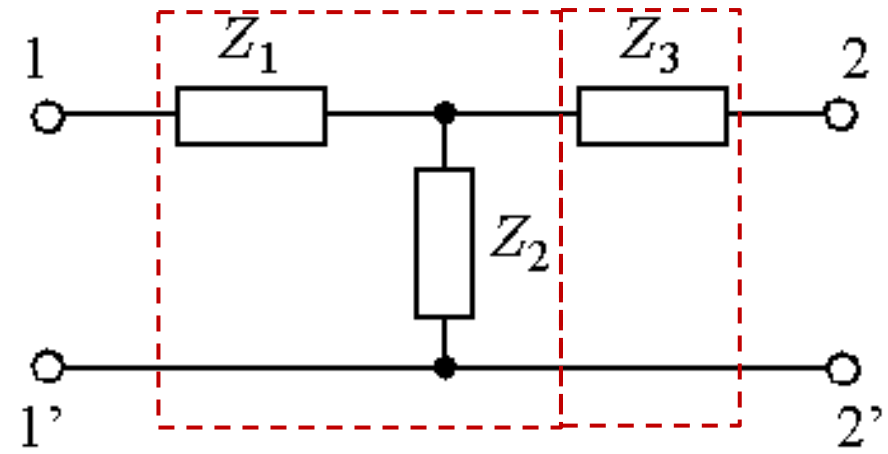


[ 回路5 ]

回路3

回路1

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_3(1 + Z_1/Z_2) + Z_1 \\ 1/Z_2 & Z_3/Z_2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & (Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1)/Z_2 \\ 1/Z_2 & 1 + Z_3/Z_2 \end{bmatrix}$$

## 第2章：2端子対回路

2.4 ハイブリッド行列(H行列)

2.5 伝送行列(F行列, 4端子定数)

2.6 2端子対回路の接続

キーワード： H行列, 4端子定数

学習目標： Hパラメータ, 4端子定数による表示ができるようになる。2端子対回路の接続ができるようになる。