

第3章：フィルタ

3.1 概説

3.2 定K形フィルタ

3.3 定K形低域フィルタ(LPF)

キーワード： 定K形フィルタ, 定K形低域フィルタ

学習目標： 定K形フィルタ, 定K形低域フィルタを理解することができる。

3 フィルタ

3.1 概説

フィルタ : ある特定の周波数あるいは周波数帯だけを通過させる回路

低域フィルタ (**LPF**: low pass filter) (例) 雑音除去

高域フィルタ (**HPF**: high pass filter)

帯域フィルタ (**BPF**: band pass filter) (例) ラジオ, テレビ

帯域除去フィルタ (**BEF**: band elimination filter)

3 フィルタ

3.2 定K形フィルタ

$$\frac{Z_1}{2} \cdot 2Z_2 = Z_1 Z_2 = R^2$$

R : 公称インピーダンス

直列インピーダンス $\frac{Z_1}{2}$

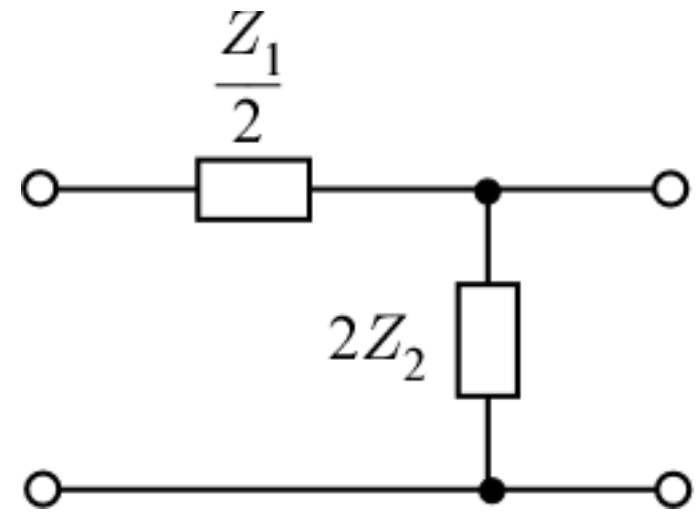
並列インピーダンス $2Z_2$

との積が周波数に関係なく, 定数 R^2 に等しい

四端子定数

$$A = 1 + \frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2}, \quad B = \frac{Z_1}{2}$$

$$C = \frac{1}{2Z_2}, \quad D = 1$$



影像インピーダンス

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{Z_1}{2} \cdot 2Z_2 \left(\frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2} + 1 \right)}$$

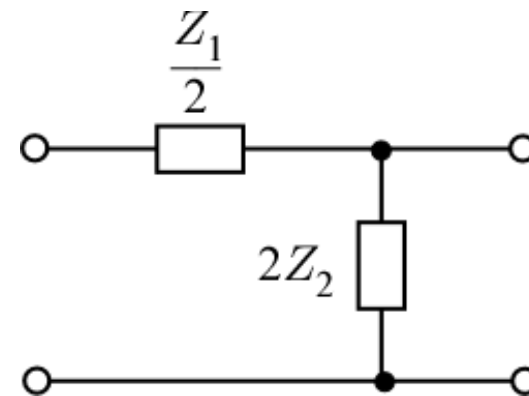
$$= \sqrt{Z_1 Z_2 \left(\frac{Z_1}{4Z_2} + 1 \right)}$$

$$Z_1 Z_2 = R^2, \quad Z_2 = \frac{R^2}{Z_1} \text{ を代入}$$

$$Z_{01} = R \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

同様に

$$Z_{02} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{\frac{Z_1}{4Z_2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$



四端子定数

$$A = 1 + \frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2}, \quad B = \frac{Z_1}{2}$$
$$C = \frac{1}{2Z_2}, \quad D = 1$$

伝達定数

$$\theta = \alpha + j\beta$$

α : 減衰定数

β : 位相定数

$$\cosh \theta = \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}, \quad \sinh \theta = \frac{Z_1}{2R}$$

映像インピーダンス

$$Z_{01} = R \sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}}$$

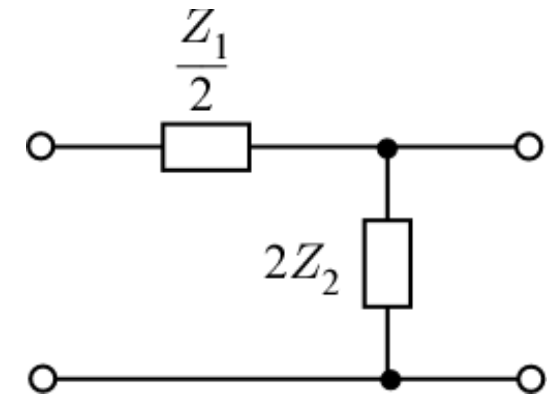
(補足計算)

$$D = \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}} \cosh \theta \quad \text{より}$$

$$\cosh \theta = \frac{D}{\sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}}} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} = \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$B = \sqrt{Z_{01} Z_{02}} \sinh \theta \quad \text{より}$$

$$\sinh \theta = \frac{B}{\sqrt{Z_{01} Z_{02}}} = \frac{\frac{Z_1}{2}}{R} = \frac{Z_1}{2R}$$

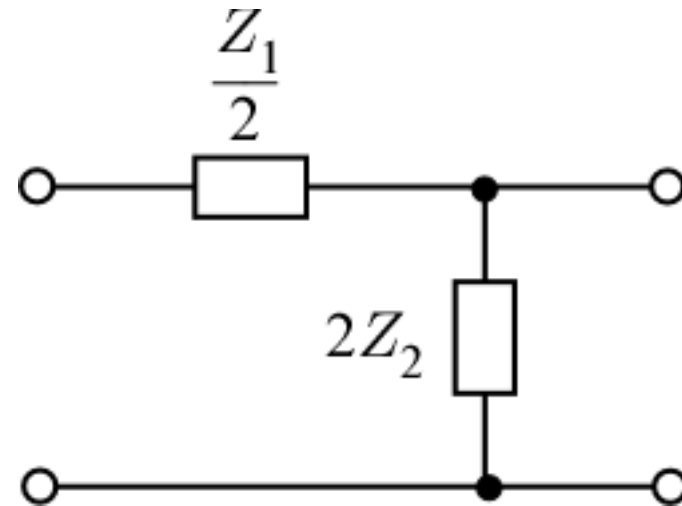


定K形フィルタ

影像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$



伝達定数

$$\theta = \alpha + j\beta$$

α : 減衰定数

β : 位相定数

$$\cosh \theta = \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}, \quad \sinh \theta = \frac{Z_1}{2R}$$

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \pm 1 \text{ を満たす } f$$

X_1 : Z_1 の大きさ

$$X_1 = \omega L, \quad -\frac{1}{\omega C}$$

$$\frac{X_1}{2R} < -1 \text{ のとき}$$

$$\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{-X_1}{2R} \right), \quad \beta = -\frac{\pi}{2}$$

$$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1 \text{ のとき}$$

$$\alpha = 0, \quad \beta = \sin^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right)$$

$$1 < \frac{X_1}{2R} \text{ のとき}$$

$$\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right), \quad \beta = \frac{\pi}{2}$$

【証明】

通過域 $\alpha = 0$, Z_{01}, Z_{02} : 実数

$$1 + \frac{Z_1^2}{4R^2} \geq 0$$

$$Z_1 = jX_1 \text{ より}$$

$$1 - \frac{X_1^2}{4R^2} \geq 0$$

よって

$$-1 \leq \frac{X_1}{2R} \leq 1$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{Z_1}{2R} = j \frac{X_1}{2R}$$

$$\begin{aligned} \sinh(\alpha + j\beta) &= \sinh \alpha \cdot \cosh j\beta + \cosh \alpha \cdot \sinh j\beta \\ &= \sinh \alpha \cdot \cos \beta + j \cosh \alpha \cdot \sin \beta \\ &= \sinh \alpha \cos \beta + j \cosh \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

【例】 $Z_1 = j\omega L$

$$Z_{01} = R \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}$$
$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

2式を比較して

$$\sinh \alpha \cos \beta = 0$$

$$\cosh \alpha \sin \beta = \frac{X_1}{2R}$$

通過域において $\alpha = 0$ より

$$\cosh \alpha \sin \beta = \frac{X_1}{2R}$$

$$\cosh 0 = 1$$

$$\sin \beta = \frac{X_1}{2R}$$

減衰域 $\alpha \neq 0$, Z_{01}, Z_{02} : 虚数

$$1 + \frac{Z_1^2}{4R^2} \leq 0$$

$$1 - \frac{X_1^2}{4R^2} \leq 0$$

よって

$$1 \leq \frac{X_1}{2R}, \frac{X_1}{2R} \leq -1$$

$$\sinh \alpha \cos \beta = 0$$

$$\cosh \alpha \sin \beta = \frac{X_1}{2R}$$

$$\frac{X_1}{2R} = 1 \text{ のとき } \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{X_1}{2R} = -1 \text{ のとき } \beta = -\frac{\pi}{2}$$

$$Z_{01} = R \sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

$$\cosh \alpha \geq 1$$

$$\cosh \alpha \sin \beta = \frac{X_1}{2R} \quad \text{から}$$

$$\frac{X_1}{2R} < -1 \quad \text{のとき}$$

$$\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{-X_1}{2R} \right), \quad \beta = -\frac{\pi}{2}$$

$$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1 \quad \text{のとき}$$

$$\alpha = 0, \quad \beta = \sin^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right)$$

$$1 < \frac{X_1}{2R} \quad \text{のとき}$$

$$\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right), \quad \beta = \frac{\pi}{2}$$

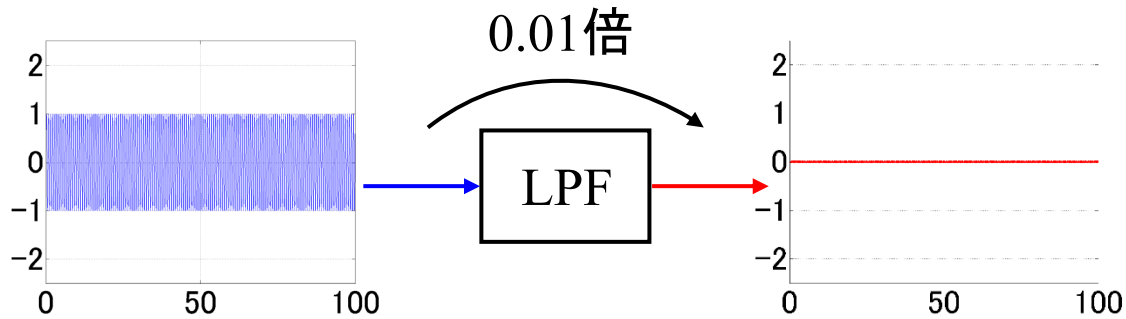
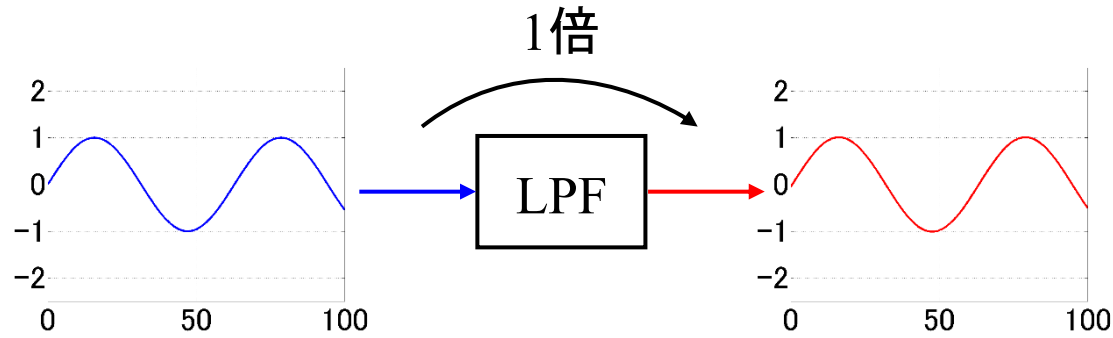
遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \pm 1 \quad \text{が成立する周波数 } f$$

11 フィルタ

11.2 定K形低域フィルタ(LPF)

低域フィルタ (low pass filter: LPF)

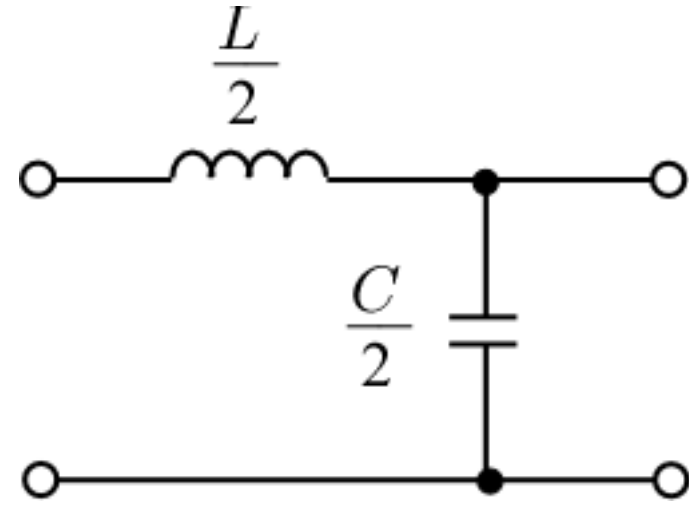


低い周波数だけを通す

$$Z_1 = j\omega L, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_1 Z_2 = j\omega L \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = R^2$$

より, 定K形フィルタ



遮断周波数

$$\frac{\omega L}{2R} = 1 \Rightarrow \omega = \frac{2R}{L}$$

$$L = \frac{2R}{\omega_l} = \frac{2R}{2\pi f_l} = \frac{R}{\pi f_l},$$

$$C = \frac{L}{R^2} = \frac{\frac{R}{\pi f_l}}{R^2} = \frac{1}{\pi f_l R}$$

通過域 $0 < f < f_l$ $\alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left(\frac{f}{f_l} \right)$

減衰域 $f_l < f$ $\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{f}{f_l} \right), \beta = \frac{\pi}{2}$

$\frac{X_1}{2R} < -1$ のとき $\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{-X_1}{2R} \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$ のとき $\alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right)$

$1 < \frac{X_1}{2R}$ のとき $\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right), \beta = \frac{\pi}{2}$

影像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_l}\right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_l}\right)^2}}$$

遮断周波数より $L = \frac{2R}{\omega_l} = \frac{R}{\pi f_l}$,

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{j\omega L}{2R} = j \frac{2\pi f L}{2\pi L f_l} = j \frac{f}{f_l}$$

3章【5】

公称インピーダンス $R = 600 [\Omega]$, 遮断周波数 $f_l = 10 [\text{kHz}]$ の定K形低域フィルタを作り, ~~その減衰特性, 位相特性を図示せよ。~~

3章【6】

定K形低域フィルタの遮断周波数 f_l と公称インピーダンス R を求めよ。

$$L = 30 [\text{mH}], \quad C = 2 [\mu\text{F}]$$

第3章：フィルタ

3.1 概説

3.2 定K形フィルタ

3.3 定K形低域フィルタ(LPF)

キーワード： 定K形フィルタ, 定K形低域フィルタ

学習目標： 定K形フィルタ, 定K形低域フィルタを理解することができる。