第 3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ（BPF）
3.6 定K形帯域除去フィルタ（BEF）

キーワード： 定K形帯域フィルタ,
定K形帯域除去フィルタ

学習目標：定K形帯域フィルタ，定K形帯域除去フィルタを理解することができる。

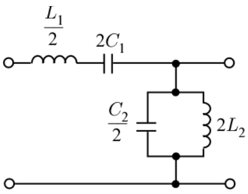
1

---

11 フィルタ
11.5 定K形帯域フィルタ（BPF）

$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$



よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}\cdot\frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2} = \frac{L_2}{C_1}\cdot\frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$

より，定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

2

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \qquad (1)$$

$$Z_1 = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$
$$Z_2 = \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$ とおく

Z_1の共振周波数　Z_2の反共振周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R}\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) = \frac{L_1}{2R}\left(\omega - \frac{1}{\omega L_1 C_1}\right)$$

$$= \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \qquad (2)$$

3

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$ となる周波数を f_l, f_h とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega_0\omega}\right) = \frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega}\right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_l^2-\omega_0^2}{\omega_l}\right) = -1, \qquad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2-\omega_0^2}{\omega_h}\right) = 1 \qquad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l^2-\omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2-\omega_0^2}{\omega_h}$$

4

$$-\omega_h(\omega_l^2-\omega_0^2) = \omega_l(\omega_h^2-\omega_0^2)$$
$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l^2 + \omega_l\omega_h^2$$
$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l(\omega_l+\omega_h)$$
$$\omega_0^2 = \omega_h\omega_l \qquad (5)$$

$$-\frac{\omega_l^2-\omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2-\omega_0^2}{\omega_h}$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2-\omega_0^2}{\omega_h}\right) = 1 \qquad (4)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2-\omega_h\omega_l}{\omega_h}\right) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R}(\omega_h-\omega_l) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h-\omega_l} \qquad (6)$$

$$= \frac{1}{2\pi(f_h-f_l)}$$

よって

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h-f_l)}$$

5

ω_0 より

$$C_1 = \frac{1}{L_1\omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$$
$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h-f_l)}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi(f_h-f_l)}{R}\,\frac{1}{4\pi^2 f_0^2} = \frac{f_h-f_l}{4\pi f_0^2 R}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \qquad (1)$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{f_h-f_l}{4\pi f_0^2 R}R^2 = \frac{R(f_h-f_l)}{4\pi f_0^2}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{R}{R^2\pi(f_h-f_l)} = \frac{1}{R\pi(f_h-f_l)}$$

6

(2)式より

$$\frac{L_1}{2R}=\frac{1}{\omega_h-\omega_l} \qquad (6)$$

$$\frac{X_1}{2R}=\frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$
$$=\frac{\omega_0}{\omega_h-\omega_l}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)=\frac{f_0}{f_h-f_l}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)$$

減衰域 $0<f<f_l$ $\quad \alpha=\cosh^{-1}\left(-\frac{f_0}{f_h-f_l}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)\right),\ \beta=-\frac{\pi}{2}$

通過域 $f_l<f<f_h$ $\quad \alpha=0,\ \beta=\sin^{-1}\left(\frac{f_0}{f_h-f_l}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)\right)$

減衰域 $f_h<f$ $\quad \alpha=\cosh^{-1}\left(\frac{f_0}{f_h-f_l}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)\right),\ \beta=\frac{\pi}{2}$

$\frac{X_1}{2R}<-1$ のとき $\quad \alpha=\cosh^{-1}\left(\frac{-X_1}{2R}\right),\ \beta=-\frac{\pi}{2}$

$-1<\frac{X_1}{2R}<1$ のとき $\quad \alpha=0,\ \beta=\sin^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right)$

$1<\frac{X_1}{2R}$ のとき $\quad \alpha=\cosh^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right),\ \beta=\frac{\pi}{2}$

7

影像インピーダンス

$$\omega_0^2=\omega_h\omega_l \qquad (5)$$
$$f_0^2=f_hf_l$$

$$\frac{Z_1}{2R}=j\frac{f_0}{f_h-f_l}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)$$
$$=j\frac{1}{\frac{f_h}{f_0}-\frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)=j\frac{1}{\frac{f_0^2}{f_0f_l}-\frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)$$
$$=j\frac{1}{\frac{f_0}{f_l}-\frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)=j\frac{\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l}-\frac{f_l}{f_0}}$$

$$Z_{01}=R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2}+1}=R\sqrt{1-\left(\frac{\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l}-\frac{f_l}{f_0}}\right)^2}$$

$$Z_{02}=\frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2}+1}}=\frac{R}{\sqrt{1-\left(\frac{\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l}-\frac{f_l}{f_0}}\right)^2}}$$

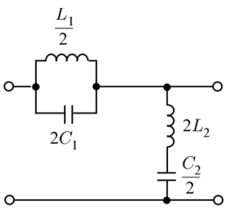
8

---

11 フィルタ
11.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

$$Z_1=\frac{j\omega L_1\frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}}=\frac{j\omega L_1}{1-\omega^2L_1C_1}$$

$$Z_2=j\omega L_2+\frac{1}{j\omega C_2}=\frac{1-\omega^2L_2C_2}{j\omega C_2}$$



よって

$$Z_1Z_2=\frac{j\omega L_1}{1-\omega^2L_1C_1}\cdot\frac{1-\omega^2L_2C_2}{j\omega C_2}=\frac{L_1}{C_2}\cdot\frac{1-\omega^2L_2C_2}{1-\omega^2L_1C_1}$$

より，定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1C_1=L_2C_2$$

9

このとき

$$Z_1=\frac{j\omega L_1}{1-\omega^2L_1C_1}$$
$$Z_2=\frac{1-\omega^2L_2C_2}{j\omega C_2}$$

$$Z_1Z_2=\frac{L_2}{C_1}=\frac{L_1}{C_2}=R^2 \qquad (1)$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=\frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$$ とおく

Z_1 の共振周波数　Z_2 の共振周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R}=\frac{1}{2R}\left(\frac{\omega L_1}{1-\omega^2L_1C_1}\right)=\frac{L_1}{2R}\frac{\omega}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$
$$=\frac{L_1}{2R}\frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad (2)$$

10

$\frac{X_1}{2R}=\pm1$ となる周波数を f_l，f_h とする

$$\frac{X_1}{2R}=\frac{L_1}{2R}\frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\frac{X_1}{2R}=\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_l^2}\right)=1 \qquad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}\right)=-1 \qquad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_l^2}=\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}$$

11

$$-\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_l^2}=\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}$$

$$-\omega_l\omega_0^2(\omega_0^2-\omega_h^2)=\omega_h\omega_0^2(\omega_0^2-\omega_l^2)$$
$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2=\omega_h\omega_l^2+\omega_l\omega_h^2$$
$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2=\omega_h\omega_l(\omega_l+\omega_h)$$
$$\omega_0^2=\omega_h\omega_l \qquad (5)$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}\right)=-1, \quad (4)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2\omega_l}{\omega_h\omega_l-\omega_h^2}\right)=-1,$$
$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_l}{\omega_l-\omega_h}\right)=-1,$$
$$\frac{L_1}{2R}=\frac{\omega_h-\omega_l}{\omega_h\omega_l} \qquad (6)$$

よって

$$L_1=\frac{(f_h-f_l)R}{\pi f_hf_l}$$

12

ω_0 より

$$C_1 = \frac{1}{L_1\omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi f_h f_l}{(f_h - f_l)R}\frac{1}{4\pi f_0^2} = \frac{1}{4\pi(f_h - f_l)R}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{R}{4\pi(f_h - f_l)}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{f_h - f_l}{\pi f_h f_l R}$$

13

3章【10】

公称インピーダンス $R = 600\ [\Omega]$，遮断周波数 $f_l = 1\ [\text{kHz}]$，$f_h = 10\ [\text{kHz}]$ の定K形帯域フィルタを設計せよ、

3章【11】

公称インピーダンス $R = 600\ [\Omega]$，遮断周波数 $f_l = 1\ [\text{kHz}]$，$f_h = 10\ [\text{kHz}]$ の定K形帯域除去フィルタを設計せよ、

14

第 3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ（BPF）
3.6 定K形帯域除去フィルタ（BEF）

キーワード： 定K形帯域フィルタ，
定K形帯域除去フィルタ

学習目標：定K形帯域フィルタ，定K形帯域除去フィルタを理解することができる。

15