第 3章：フィルタ

3.5　定K形帯域フィルタ（BPF）

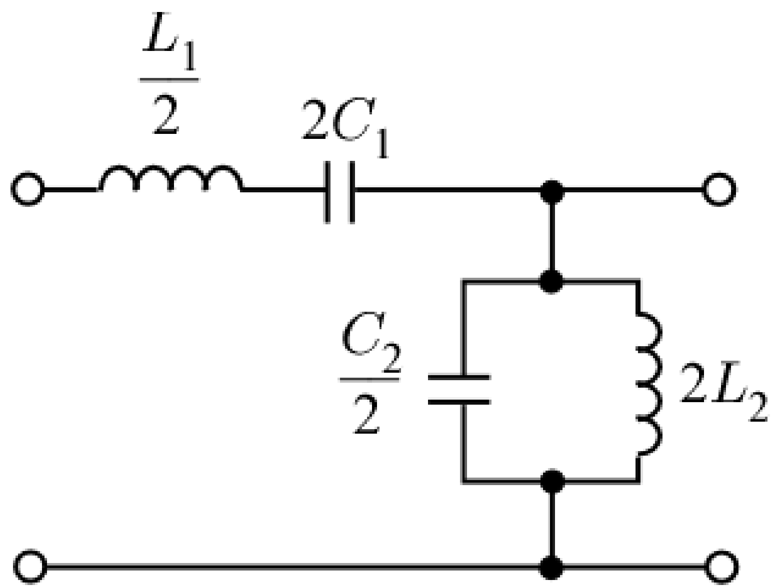
3.6　定K形帯域除去フィルタ（BEF）

キーワード：　定K形帯域フィルタ，
定K形帯域除去フィルタ

学習目標：定K形帯域フィルタ，定K形帯域除去フィルタを理解することができる。

11 フィルタ

11.5 定K形帯域フィルタ(BPF)



$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$

よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1} \cdot \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2} = \frac{L_2}{C_1} \cdot \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$

より，定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

$$Z_1 = \frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \qquad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$ とおく

Z_1の共振周波数

Z_2の反共振周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R}\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) = \frac{L_1}{2R}\left(\omega - \frac{1}{\omega L_1 C_1}\right)$$

$$= \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \qquad (2)$$

$\dfrac{X_1}{2R} = \pm 1$ となる周波数を f_l, f_h とする

$$\boxed{\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega}\right) = \frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega}\right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l}\right) = -1, \qquad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}\right) = 1 \qquad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}$$

$$-\omega_h(\omega_l^2 - \omega_0^2) = \omega_l(\omega_h^2 - \omega_0^2)$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l^2 + \omega_l\omega_h^2$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l(\omega_l + \omega_h)$$

$$\omega_0^2 = \omega_h\omega_l \qquad (5)$$

$$\boxed{-\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}}$$

(4)式に(5)式を代入

$$\boxed{\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}\right) = 1 \quad (4)}$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2 - \omega_h\omega_l}{\omega_h}\right) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R}(\omega_h - \omega_l) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h - \omega_l} \qquad (6)$$

$$= \frac{1}{2\pi(f_h - f_l)}$$

よって

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h - f_l)}$$

ω_0 より

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \\ L_1 &= \frac{R}{\pi(f_h - f_l)} \end{aligned}}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi(f_h - f_l)}{R} \frac{1}{4\pi^2 f_0^2} = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R}$$

$$\boxed{Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)}$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R} R^2 = \frac{R(f_h - f_l)}{4\pi f_0^2}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{R}{R^2 \pi(f_h - f_l)} = \frac{1}{R\pi(f_h - f_l)}$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h - \omega_l} \qquad (6)$$

(2)式より

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$= \frac{\omega_0}{\omega_h - \omega_l}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{f_0}{f_h - f_l}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)$$

減衰域　$0 < f < f_l$　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(-\frac{f_0}{f_h - f_l}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)\right),\ \beta = -\frac{\pi}{2}$

通過域　$f_l < f < f_h$　　$\alpha = 0,\ \beta = \sin^{-1}\left(\frac{f_0}{f_h - f_l}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)\right)$

減衰域　$f_h < f$　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{f_0}{f_h - f_l}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)\right),\ \beta = \frac{\pi}{2}$

$\frac{X_1}{2R} < -1$ のとき　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{-X_1}{2R}\right),\ \beta = -\frac{\pi}{2}$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$ のとき　　$\alpha = 0,\ \beta = \sin^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right)$

$1 < \frac{X_1}{2R}$ のとき　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right),\ \beta = \frac{\pi}{2}$

影像インピーダンス

$$\omega_0^2 = \omega_h \omega_l \qquad (5)$$

$$f_0^2 = f_h f_l$$

$$\begin{aligned}
\frac{Z_1}{2R} &= j\frac{f_0}{f_h - f_l}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) \\
&= j\frac{1}{\frac{f_h}{f_0} - \frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) = j\frac{1}{\frac{f_0^2}{f_0 f_l} - \frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) \\
&= j\frac{1}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) = j\frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}}
\end{aligned}$$

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R\sqrt{1 - \left(\frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}}\right)^2}$$

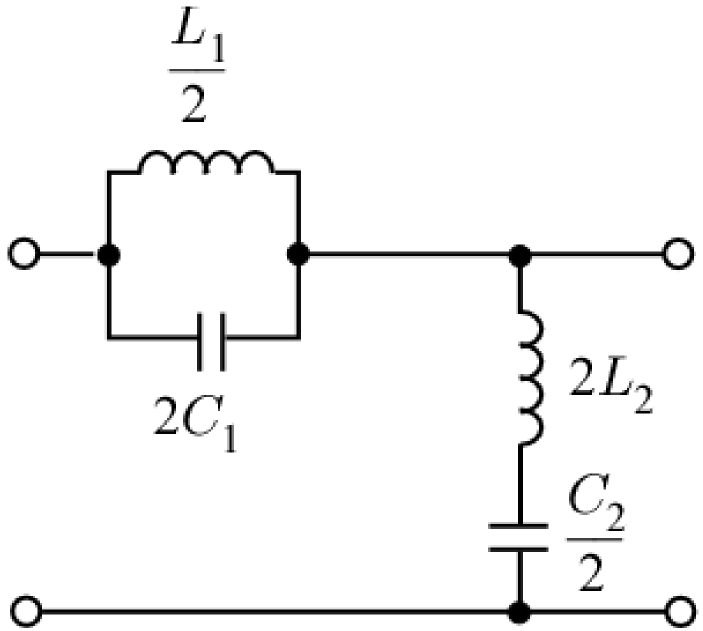
$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}}\right)^2}}$$

11 フィルタ

11.6 定K形帯域除去フィルタ（BEF）

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 \frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{j\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1}$$

$$Z_2 = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1-\omega^2 L_1 C_2}{j\omega C_2}$$



よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{j\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1} \cdot \frac{1-\omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2} \cdot \frac{1-\omega^2 L_2 C_2}{1-\omega^2 L_1 C_1}$$

より，定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1}$$

$$Z_2 = \frac{1-\omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2}$$

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \qquad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$ とおく

Z_1 の共振周波数

Z_2 の共振周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R}\left(\frac{\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1}\right) = \frac{L_1}{2R}\frac{\omega}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$= \frac{L_1}{2R}\frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad (2)$$

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$ となる周波数を $f_l,\ f_h$ とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R}\frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2}\right) = 1 \qquad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}\right) = -1 \qquad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} = \frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}$$

$$-\omega_l\omega_0^2(\omega_0^2-\omega_h^2)=\omega_h\omega_0^2(\omega_0^2-\omega_l^2)$$

$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2=\omega_h\omega_l^2+\omega_l\omega_h^2$$

$$(\omega_h+\omega_l)\omega_0^2=\omega_h\omega_l(\omega_l+\omega_h)$$

$$\omega_0^2=\omega_h\omega_l \qquad (5)$$

$$\boxed{-\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_l^2}=\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}}$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h^2\omega_l}{\omega_h\omega_l-\omega_h^2}\right)=-1,$$

$$\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_l}{\omega_l-\omega_h}\right)=-1,$$

$$\frac{L_1}{2R}=\frac{\omega_h-\omega_l}{\omega_h\omega_l} \qquad (6)$$

$$\boxed{\frac{L_1}{2R}\left(\frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega_h^2}\right)=-1, \ (4)}$$

よって

$$L_1=\frac{(f_h-f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

ω_0 より

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi f_h f_l}{(f_h - f_l)R} \frac{1}{4\pi f_0^2} = \frac{1}{4\pi(f_h - f_l)R}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{R}{4\pi(f_h - f_l)}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{f_h - f_l}{\pi f_h f_l R}$$

3章【10】

公称インピーダンス $R = 600\ [\Omega]$, 遮断周波数 $f_l = 1\ [\mathrm{kHz}]$, $f_h = 10\ [\mathrm{kHz}]$ の定K形帯域フィルタを設計せよ、

3章【11】

公称インピーダンス $R = 600\ [\Omega]$, 遮断周波数 $f_l = 1\ [\mathrm{kHz}]$, $f_h = 10\ [\mathrm{kHz}]$ の定K形帯域除去フィルタを設計せよ、

第 3章 ：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ(BPF)

3.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

キーワード： 定K形帯域フィルタ,
定K形帯域除去フィルタ

学習目標：定K形帯域フィルタ，定K形帯域除去フィルタ
を理解することができる。